

**Matemática Discreta II -2021-Teórico del final del 13 de agosto de 2021.**  
Para aprobar el teórico hay que obtener 40% del puntaje en cada uno de los ejercicios.  
Todos los ejercicios valen 3,333... puntos

1) Dar y demostrar la complejidad de Wave para el caso en que las capacidades de todos los lados sean iguales. (la prueba es similar a la dada en el teórico, pero la hipótesis permite simplificar algunas partes). Ud puede usar sin necesidad de probarlo que la distancia en networks auxiliares consecutivos aumenta.

2) 34SAT es como 3SAT pero se pide que haya exactamente 34 literales en cada disjunción. Reducir polinomialmente 34SAT a 34-COLOR en forma similar a la reducción dada en clase de 3SAT a 3COLOR, probando que, dada una expresión booleana  $B$  en CNF con 34 literales por disjunción y variables  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ , entonces existe  $b \in \mathbb{Z}_2^n$  tal que  $B(b) = 1$  si y solo si  $\chi(G) = 34$ , donde  $G$  es el grafo creado a partir de  $B$  de forma similar al grafo construido en la reducción de 3SAT a 3COLOR excepto que, para que la prueba funciones en este caso hay que hacer las siguientes modificaciones:

a) En las garras, los triangulos en las bases de las garras deben ser reemplazados por  $K_{34}$ s y debe haber 34 extremos de las garras en vez de 3.

b) Además de los vértices especiales  $s$  y  $t$  que aparecían en la prueba dada en clase, hay que añadir 31 vértices extras que deben estar unidos todos entre si y unidos a todos los vértices que son vecinos de  $s$  o de  $t$ . (es decir, estarán unidos entre si, a  $s, t$ , a todos los  $v_\ell$  y a todos los extremos de las garras).

3) Sea  $C$  un código de longitud  $n$  que en vez de ser binario tiene alfabeto  $\{0, 1, \dots, 36\}$ . Al igual que en el caso binario se define la distancia de Hamming entre dos palabras como el número de coordenadas distintas y  $\delta(C)$  la menor distancia no nula entre palabras del código. Sea  $t = \lfloor \frac{\delta(C)-1}{2} \rfloor$ . Al igual que el caso binario,  $C$  corrige  $t$  errores.  
Demostrar que

$$\#C \leq \frac{37^n}{\sum_{k=0}^t \binom{n}{k} 36^k}$$