

Matemática Discreta II -2021-Teórico del final 2da fecha febrero 2022

Para aprobar el teórico hay que obtener 40% del puntaje EN CADA pregunta.

Todos los ejercicios valen 3,333... puntos

- (1) Dar y demostrar la complejidad de Wave para el caso en que las capacidades de todos los lados sean iguales. (la prueba es similar a la dada en el teórico, pero la hipótesis permite simplificar algunas partes). Ud puede usar sin necesidad de probarlo que la distancia en networks auxiliares consecutivos aumenta.
- (2) 22SAT es como 3SAT pero se pide que haya exactamente 22 literales en cada disjunción. Reducir polinomialmente 22SAT a 22-COLOR en forma similar a la reducción dada en clase de 3SAT a 3COLOR, probando que, dada una expresión booleana B en CNF con 22 literales por disjunción y variables $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, entonces existe $b \in \mathbb{Z}_2^n$ tal que $B(b) = 1$ si y solo si $\chi(G) = 22$, donde G es el grafo creado a partir de B de forma similar al grafo construido en la reducción de 3SAT a 3COLOR excepto que, para que la prueba funciones en este caso hay que hacer las siguientes modificaciones:
 - a) En las garras, los triangulos en las bases de las garras deben ser reemplazados por K_{22} s y debe haber 22 extremos de las garras en vez de 3.
 - b) Además de los vértices especiales s y t que aparecían en la prueba dada en clase, hay que añadir 19 vértices extras que deben estar unidos todos entre si y unidos a todos los vértices que son vecinos de s o de t . (es decir, estarán unidos entre si, a s, t , a todos los v_ℓ y a todos los extremos de las garras).
- (3) Sea C un código de longitud n que en vez de ser binario tiene alfabeto $\{0, 1, \dots, 24\}$. Al igual que en el caso binario se define la distancia de Hamming entre dos palabras como el número de coordenadas distintas y $\delta(C)$ la menor distancia no nula entre palabras del código. Sea $t = \lfloor \frac{\delta(C)-1}{2} \rfloor$. Al igual que el caso binario, C corrige t errores.
Demostrar que

$$\#C \leq \frac{25^n}{\sum_{k=0}^t \binom{n}{k} 24^k}$$