PARCIAL M.DISCRETA II-2022-TEMA B

Escribir su nombre en todas las hojas y numerarlas

(1) (5 puntos) Hallar un flujo maximal y un corte minimal en el siguiente network usando Dinic durante dos networks auxiliares y a partir de ahi Edmonds-Karp hasta llegar al flujo maximal. Calcular el valor del flujo maximal y la capacidad del corte minimal. (el valor de x que aparece 3 veces abajo es igual al número de las unidades de su DNI). Si tiene que hacer alguna elección entre opciones iguales, hagala por orden alfabetico.

$sa : 10$	$cg : 2$	$hq : 100$
$sc : 10$	$cm : 10$	$ik : 11$
$sd : 6 + x$	$cn : 20$	$jk : 100$
$se : 8$	$cp : 14$	$kt : 45$
$sm : 100$	$df : 14$	$kb : 10$
$af : 2$	$dg : 2$	$mh : 100$
$ag : 8$	$dp : 4 + x$	$nt : 20$
$ai : 11$	$eg : 15$	$pt : 4 + x$
$am : 10$	$fo : 100$	$qr : 100$
$an : 10$	$gt : 10$	$rn : 100$
$bj : 100$	$gm : 10$	$ob : 100$

(2) (2 puntos) Sea G un grafo con al menos un lado.

Supongamos que se le puede dar una dirección a cada lado, transformando G en un grafo dirigido $\vec{G}$ de forma tal que no existan caminos dirigidos con 3 vertices. Es decir, que no existan vertices A,B,C tales que $\vec{AB}$ y $\vec{BC}$ sean lados en $\vec{G}$. (Notar que pueden existir caminos ***no dirigidos*** con una cantidad arbitraria de vértices).

Probar que G es bipartito, es decir $\chi(G) = 2$.

(3) Sea G el grafo con vertices $\{p, q, r\} \cup \{x_i, y_i, z_i, u_i\}_{i=0}^4$ y lista de vecinos:

$$\Gamma(p) = \{y_i\}_{i=0}^4 \cup \{u_i\}_{i=0}^4 \quad \Gamma(q) = \{y_i\}_{i=0}^4 \cup \{r\} \quad \Gamma(r) = \{z_i\}_{i=0}^4 \cup \{u_i\}_{i=0}^4 \cup \{q\}$$

y para cada $i = 0, ..., 4$:(nota: los subindices son modulo 5, pej $x_{i+1} = x_0$ si $i = 4$)

$$\Gamma(x_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, y_{i-1}, y_{i+1}, z_{i-1}, z_{i+1}, u_{i-1}, u_{i+1}\}$$
$$\Gamma(y_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, z_{i-1}, z_{i+1}, p, q\}$$
$$\Gamma(z_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, y_{i-1}, y_{i+1}, r\}$$
$$\Gamma(u_i) = \{x_{i-1}, x_{i+1}, p, r\}$$

Probar que $\chi(G) \geq 5$. (ADVERTENCIA: probar que $\chi(G) \leq 5$ tiene PUNTAJE NEGATIVO).

AYUDA PARA EL EJERCICIO 3

El ejercicio 3 pueden hacerlo mirando diversos casos, como uno de los ejercicios del practico. Aca hay una ayuda que simplifica la prueba. (No es necesario usar la ayuda para resolver el ejercicio si se les ocurre de otra forma)

Dado un coloreo propio c con 4 colores de G, definir a partir de el un coloreo $\tilde{c}$ solamente de los x_i que tambien sea propio pero que solo use 2 colores, lo cual seria un absurdo. Una forma de hacerlo es definir $\tilde{c}$ de la siguiente forma:

- Si $c(p) = c(r)$ definir para cada $i = 0, .., 4$:

$$\tilde{c}(x_i) = \begin{cases} c(x_i) & \text{si } c(x_i) \neq c(p) \text{ y } c(x_i) \neq c(q) \\ c(y_i) & \text{si } c(x_i) = c(q) \\ c(y_i) & \text{si } c(x_i) = c(p) \text{ y } c(z_i) = c(q) \\ c(z_i) & \text{si } c(x_i) = c(p) \text{ y } c(z_i) \neq c(q) \end{cases}$$

- Si $c(p) \neq c(r)$ definir para cada $i = 0, .., 4$:

$$\tilde{c}(x_i) = \begin{cases} c(x_i) & \text{si } c(x_i) \neq c(p) \text{ y } c(x_i) \neq c(r) \\ c(z_i) & \text{si } c(x_i) = c(r) \text{ y } c(z_i) \neq c(p) \\ c(y_i) & \text{si } c(x_i) = c(r) \text{ y } c(z_i) = c(p) \text{ y } c(y_i) \neq c(r) \\ c(u_i) & \text{si } c(x_i) = c(r) \text{ y } c(z_i) = c(p) \text{ y } c(y_i) = c(r) \\ c(u_i) & \text{si } c(x_i) = c(p) \text{ y } c(y_i) = c(r) \\ c(y_i) & \text{si } c(x_i) = c(p) \text{ y } c(y_i) \neq c(r) \end{cases}$$