Primer parcial de Matemática DiscretaII-28 de abril de 2023.

Escriba su nombre EN CADA HOJA y numere cada hoja de la forma n/N donde n es el número de la hoja y N el número total de hojas que entrega (sin contar esta). La nota del examen es el mínimo entre 10 y la suma de los puntos obtenidos.

1): (3 puntos) En el siguiente network, x es igual a 4 mas la cifra de las unidades de su DNI. Hallar un flujo maximal en el, usando Edmonds-Karp durante los tres primeros caminos aumentantes y de ahi en mas Dinitz. Dar tambien un corte minimal y mostrar que el valor del flujo maximal es igual a la capacidad del corte minimal.

$sA : 9x$	$DB : 9x$	$JI : 500$	$NE : 8x+x^2-5$
$sJ : 500$	$DL : 900$	$JK : x^2$	$NM : 500$
$sR : 4000$	$EF : 9x+x^2$	$KE : x^2$	$NP : x^2$
$AB : 9x$	$EQ : x^2$	$KP : 1$	$PF : 5$
$AE : x$	$Ft : 9x+x^2$	$LJ : 5$	$PQ : x^2$
$AN : x^2$	$GH : x^2$	$LM : x^2$	$Qt : 1200$
$Bt : 9x$	$HI : x^2$	$Mt : 500$	$RC : 900$
$CD : 900$	$IN : 500$	$MH : 1$	$RG : x^2$

2): (2 puntos) Dado un flujo f en un network, definimos en el teórico la función $d_f(x,z) =$ menor longitud de un f-camino aumentante de Ford-Fulkerson entre x y z.
Luego, dados $f_0, f_1, ...$ los flujos producidos por Edmonds-Karp, definimos $d_i(x) = d_{f_i}(s,x)$ y $b_i(x) = d_{f_i}(x,t)$, y demostramos que $d_i \leq d_{i+1}$ y dejamos como ejercicio demostrar que $b_i \leq b_{i+1}$. Una pregunta natural sería ¿Por qué no demostrar ambas simultaneamente demostrando directamente que $d_{f_i}(x,z) \leq d_{f_{i+1}}(x,z)$ para todo i, x, z?
La respuesta es que esta última proposición es *falsa*: dar un ejemplo de un network N tal que si se corre Edmonds-Karp en N, entonces existen i, x, z tales que $d_{f_{i+2}}(x,z) < d_{f_i}(x,z)$

3): (3,5 puntos) Recordemos que $\mathbb{Z}_n$ denota el conjunto $\{0, 1, ..., n-1\}$.
Dados $p, q \geq 3$ definimos el grafo $G_{p,q}$ como el grafo con conjunto de vertices $v_{i,j}$ con $i \in \mathbb{Z}_p$, $j \in \mathbb{Z}_q$ y cuyo conjunto de lados es $E = E_1 \cup E_2$ donde E_1, E_2 son los siguientes: (en los subindices, la operación de suma en el primer índice es módulo p, y en el segundo modulo q, es decir, donde dice i+1 es $(i+1) mod\ p$ y donde dice j+1 es $(j+1) mod\ q$)

$$E_1 = \{v_{i,j}v_{i+1,j} : i \in \mathbb{Z}_p, j \in \mathbb{Z}_q\}$$
$$E_2 = \{v_{i,j}v_{k,j+1} : i, k \in \mathbb{Z}_p, j \in \mathbb{Z}_q\}$$

Calcular $\chi(G_{p,q})$ para todos los valores posibles de $p \geq 3$ y $q \geq 3$ y demostrar lo afirmado.

4): (2 puntos) Usar Wave en este network, hallando un flujo bloqueante en el primer NA.

sG 250	AC 10	Ct 10	Ft 3555	HA 20	KB 100
sH 3000	AD 5	Dt 20	GA 10	HB 2500	KE 100
sK 2000	AF 5	EC 10	GB 200	HE 10	IF 1470
	BD 10	ED 20	GN 1000	HI 1470	Jt 1000
	BF 1000	EF 100			NJ 1000

5): (0,5 puntos): Obtener al menos 1 punto en cada uno de los tres primeros ejercicios.