TEMA B

Primer parcial de Matemática DiscretaII-26 de abril de 2024.
Escriba su nombre EN CADA HOJA y numere cada hoja de la forma n/N donde n es el número de la hoja y N el número total de hojas que entrega (sin contar esta).

1): (3,5 puntos) En el siguiente network, x es igual a la cifra de las unidades de su DNI. Hallar un flujo maximal en el, usando Dinitz en cualquiera de sus versiones. Dar tambien un corte minimal y mostrar que el valor del flujo maximal es igual a la capacidad del corte minimal.
(si ud. no aprendió Dinitz, puede hacerlo usando Edmonds-Karp, pero a) va a demorar mas y b) tiene un punto de descuento, es decir el ejercicio vale 2,5 puntos en ese caso).

$sA : 71+x$	$CD : 100$	$It : x$	$PM : 100$
$sB : 100$	$DM : 71+x$	$IF : 100$	$PQ : 100$
$sC : 100$	$EF : 70$	$JK : 100$	$QR : 100$
$sE : 70$	$EG : 71$	$KI : 10$	$RU : 100$
$sP : 11+x$	$Ft : 70$	$KL : 100$	$UX : 100$
$AI : 100$	$GN : 100$	$LI : 100$	$XY : 100$
$AM : 71$	$Ht : x$	$Mt : 82+x$	$Yt : 100$
$BH : 100$	$HJ : 100$	$Nt : 100$	

2):
a) (2,5 puntos) A partir del siguiente network y comenzando con el flujo 0, construir el primer NA y hallar un flujo bloqueante en el usando WAVE.
b) (0,5 puntos) Luego de haber hecho a), a partir del flujo obtenido, continuar con Edmonds-Karp hasta hallar un flujo maximal y un corte minimal en el network. (nota: ud debe hacer la parte a) para poder hacer la parte b). Si Ud. hace la parte a) usando un algoritmo distinto a Wave, el ejercicio entero vale 0 puntos).

sA 15	BC 10	DE 10	Ft 8
sB 10	BD 5	DG 9	Gt 7
AC 15	CE 20	Et 9	
AD 5	CF 9		

3): (3,5 puntos) Dado un grafo G con vertices $\{v_1, ..., v_n\}$, sean $x_1, ..., x_n, z$ vértices que no estén en G y sea H el grafo con vértices $\{v_1, ..., v_n, x_1, ...x_n, z\}$ y lados:

$$E(H) = E(G) \cup \{x_i v_j : v_i v_j \in E(G)\} \cup \{x_i z : i = 1, ..., n\}$$

Probar que $\chi(H) = \chi(G) + 1$.
Nota: es casi obvio que $\chi(H) \leq \chi(G) + 1$ asi que probar unicamente esta desigualdad vale solo 0,1 puntos.
(ayuda: una forma de hacerlo es suponer por contradicción que $\chi(H) = \chi(G)$ y usar el coloreo de H para crear un coloreo de G con $\chi(G) - 1$ colores. Nota: el coloreo de H no va a dar automaticamente un coloreo de G con $\chi(G) - 1$ colores. Dado el coloreo de H, que en particular colorea a G como subgrafo, hay que cambiar inteligentemente este ultimo coloreo para que queden $\chi(G) - 1$ colores).