

EXAMEN FINAL

22 DE FEBRERO DE 2022

El código `python` utilizado en la resolución de los ejercicios [escritos en azul](#) se deberán subir a moodle en un archivo con las siguientes características

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre.py`
- Este archivo deberá contener las funciones necesarias para ejecutar los ejercicios considerados (`ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc.), y al ejecutar el archivo deberán mostrarse las salidas pedidas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos. Puede utilizar implementaciones de densidades y probabilidades de masa de `scipy`.

Ejercicio 1. Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \frac{2}{x^3} \quad 1 \leq x \leq \infty \quad (1)$$

- a) Dar un método que permita generar valores de esta variable.
- b) Calcular el valor esperado $E[X]$.
- c) [Implementar el método en Python y utilizarlo para estimar \$E\[X\]\$ y \$Var\(X\)\$ con 10000 simulaciones.](#)

Ejercicio 2.

Se propone un nuevo enfoque de atención prenatal para mujeres embarazadas que viven en una comunidad rural. El nuevo programa incluye visitas domiciliarias durante el transcurso del embarazo además de las consultas habituales en consultorio. Se diseñó un ensayo piloto aleatorizado con 16 embarazadas para evaluar si las mujeres que participan en el programa dan a luz bebés más sanos que las que solo reciben la atención habitual. El resultado es el puntaje APGAR medido 5 minutos después del nacimiento. Los puntajes APGAR varían de 0 a 10 con puntajes de 7 o más considerados normales (saludables), 4-6 bajos y 0-3 críticamente bajos. Los datos se muestran a continuación.

Seguimiento habitual	8	7	6	2	5	8.2	7.2	3
Nuevo programa	9	9.3	7.3	8.1	10	9.5	6.5	7.5

Se desea determinar si existe una diferencia significativa entre las puntuaciones APGAR de ambos grupos, para ello:

- a) Escribir la hipótesis nula.
- b) Dar el estadístico a utilizar y calcular su valor para este caso.
- c) [Calcular el p-valor exacto.](#)
- d) [Estimar el p-valor aplicando 10000 simulaciones.](#)
- e) Indicar, con un nivel de rechazo del 5%, si la hipótesis nula es rechazada.

Ejercicio 3.

Considerar la cadena de Markov (X_n) , $n \geq 0$, con diagrama de transición como en la Figura 1.

- a) Para cada estado, indicar si es transitorio o recurrente, y decidir si existen estados periódicos.

- b) Calcular la probabilidad de alcance del estado 3 y el tiempo medio de alcance al estado 3 dado que la cadena comienza en el estado $X_0 = 1$.
- c) Calcular el tiempo medio de retorno al estado 3.

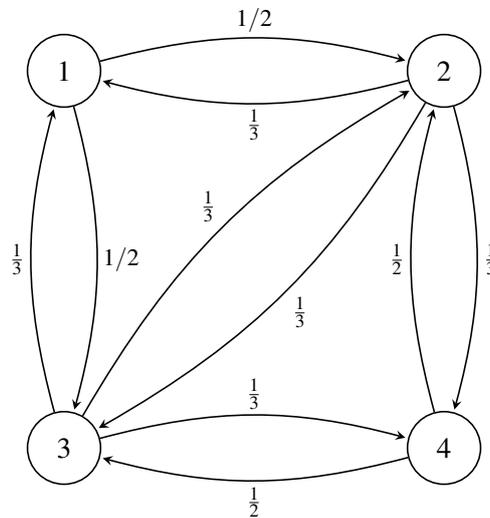


Figura 1:

Ejercicio 4.

Considerar el proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad $\lambda(t) = |t - 2|$, para $0 \leq t \leq 5$.

- a) Dar la distribución del número de arribos en el intervalo $[1, 4)$.
- b) Calcular la probabilidad condicional $P(N(3) = 2 \mid N(2) = 1)$.
- c) [Escribir un programa que devuelva el número de eventos en el intervalo \$\[0, 5\)\$ utilizando al menos 4 subintervalos. Explicar en papel el algoritmo.](#)