

7 (siete)

73 Nombre:

Número de hojas adicionales:

Modelos y Simulación

Parcial 1 - Abril 14, 2009

70%

Problema 1: Si X e Y son dos variables aleatorias independientes, con densidades de probabilidad exponencial y cuyos valores medios son $1/\lambda$ y $1/\mu$, respectivamente,

25

a) calcular $P(X < Y = y)$, donde y es un valor dado de la variable Y .

Dos personas entran a una peluquería simultáneamente, una de ellas para un afeitado y la otra para un corte de pelo. Si la cantidad de tiempo para realizar un corte de pelo (afeitado) está exponencialmente distribuida con media 20 (15) minutos, y si ambos son atendidos inmediatamente,

45

b) ¿Cuál es la probabilidad de que quien se afeita termine antes que el otro cliente?

Suponer que los tiempos de afeitado y de corte de pelo son independientes.

50%

Problema 2: Los vehículos pasan por un punto de una autopista siguiendo un proceso de Poisson de razón 1 por minuto.

a) Si el cinco por ciento de vehículos en carretera son camionetas, calcular la razón λ del proceso de Poisson $C(t)$ correspondiente a las camionetas. Expresar λ en las unidades 1/minuto y en 1/hora, y escribir la correspondiente expresión para $P(C(t) = k)$. \times 10% \checkmark \times

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una camioneta pase durante una hora? \times 20%

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora pasen exactamente 3 camionetas, sabiendo que en los primeros 15 minutos no pasó ninguna? 20%

Problema 3: Mediante una simulación de Monte Carlo, utilizando los códigos previamente elaborados, estimar el valor de las siguientes integrales:

a) $\int_0^\pi x \ln(\sin x) dx,$

b) $\int_0^\infty \frac{\sin^4 x}{x^4} dx.$

Para cada caso, describir brevemente cómo se implementa el algoritmo y, luego de correrlo en computadora, completar con los valores obtenidos la siguiente tabla:

Nº de sim.	Integral (a)	Integral (b)
1 000	-3,690072	1.065948
10 000	-3,375231	1.038606
100 000	-3,421067	1.046211
1 000 000	-3,415014	1.046219

Ayuda: El valor de π puede obtenerse numéricamente recordando que $\arccos 0 = \pi/2$.

Importante: Enviar por correo electrónico el código utilizado, comentado y especificando qué generador de números aleatorios se empleó, pero sin adjuntar esas rutinas, a pury@famaf.unc.edu.ar y kisbye@famaf.unc.edu.ar

a) 50%
b) 50%
100%