

**PARCIAL 1- 18/04/2023**

El código `python` utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con “►” se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre.py` o `apellido_nombre.ipynb`.
- El mismo deberá contener las funciones `ejercicio2()`, `ejercicio4()` con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

**Ejercicio 1.** Sea  $X$  una variable aleatoria con función de distribución

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{1-x} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Dar la función de densidad de  $f$ . Recuerde que  $f$  tiene dominio en todos los reales.
- Calcular  $P(X > 3)$ .
- Si  $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  es la función dada por:

$$g(x) = \begin{cases} 2 & x < 3 \\ 0 & x \geq 3 \end{cases},$$

determinar  $E[g(X)]$ .

**Ejercicio 2.** Considerar un juego entre dos personas donde  $A$  sortea un valor de una uniforme  $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$  y  $B$  sortea un valor de una uniforme  $V \sim \mathcal{U}(0, 1)$ .  $U$  y  $V$  son independientes. Si  $U > 0.5$  y  $V < 0.5$  entonces gana  $A$ . Si  $U < 0.5$  y  $V > 0.5$  entonces gana  $B$ . En cualquier otro caso se repite la jugada con dos valores de  $U$  y  $V$  independientes de la jugada anterior, hasta que haya un ganador.

- Calcular la probabilidad de que  $A$  gane en la primera jugada.
- Calcular la probabilidad de que  $A$  gane el juego en la primera o en la segunda jugada.
- Implementar un código que estime la probabilidad pedida en el inciso b).

**Ejercicio 3.** Un centro de llamadas recibe llamadas telefónicas de acuerdo a un proceso de Poisson homogéneo, con una tasa promedio de 4 llamadas por minuto. Determinar:

- La probabilidad de que en un intervalo de 90 segundos se reciban 7 llamadas.
- La probabilidad de que en un intervalo de 3 minutos se reciban exactamente 5 llamadas.
- Dado que en un intervalo de 2 minutos se recibió al menos una llamada, dar la probabilidad de que se reciban al menos 3 llamadas en el mismo intervalo de tiempo.

**Ejercicio 4.** Dadas las siguientes integrales

a)  $\int_{-3}^3 \frac{x}{x - e^x} dx$

b)  $\int_{-1}^{\infty} x^3 e^{-x^3} dx$

- Describir cómo se implementa el método de Monte Carlo para estimar cada una de ellas.
- Implementar el código en Python en computadora y completar la siguiente tabla con los valores obtenidos usando 4 cifras decimales:

Nº de sim.	Integral (a)	Integral (b)
1 000		
10 000		
100 000		
1 000 000		