PARCIAL 1

23 DE ABRIL DE 2024

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con " ▶" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse apellido_nombre_parcial1.py o apellido_nombre_parcial1.ipynb.
- El archivo deberá contener las funciones ejercicio1(), ejercicio2(), etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Se tienen U y V dos variables aleatorias discretas independientes, ambas con distribución uniforme. U toma valores en el intervalo natural $1 \leq n \leq 1000$ y V toma valores en el intervalo $100 \leq n \leq 400$.

a) Calcular $P(U + V = 500)$

b) Calcular el valor esperado $E[UV]$.

Ejercicio 2: En una empresa los empleados van al bar a pedir su almuerzo de acuerdo a un proceso de Poisson no homogéneo. La tasa de arribo aumenta linealmente de 1 a 2 empleados por hora entre las 11:00 y las 12:00. Luego se mantiene constante por las siguientes dos horas, y decrece linealmente entre 2 a 1 empleado por hora entre las 14:00 y las 15:00.

a) Dar la fórmula para la función de intensidad de este proceso de Poisson.

b) Dar el número esperado de empleados en el bar entre las 11:30 y las 13:30.

c) Calcular la probabilidad de que haya al menos 4 empleados en el bar entre las 11:30 y las 13:30.

d) Dado que entre las 11:00 y las 13:30 hubo 5 empleados en el bar, ¿cuál es la probabilidad que haya exactamente 4 empleados entre las 11:30 y las 13:30?

Ejercicio 3: Se desea determinar mediante Monte Carlo el valor de la integral

$$I = \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 \ln(x+1)}\, dx.$$

a) Explicar y fundamentar cómo se estima mediante simulación el valor de esta integral por el método de Monte Carlo. Asumir que esta integral es convergente.

b) ► Escribir un programa `monte_carlo(N)` que estime el valor de la integral con N simulaciones. Utilizar el programa para completar la siguiente tabla. Completar la tabla con 6 decimales.

N^o de sim.	Integral
1 000	
10 000	
100 000	