

PARCIAL 1

21 DE ABRIL DE 2026

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial1.py` o `apellido_nombre_parcial1.ipynb`.
- El archivo deberá contener las funciones requeridas en el ejercicio 1 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1:

Se desea determinar mediante Monte Carlo el valor de la integral

$$I = \int_{-1}^3 \exp(-x + \exp(-x)) dx.$$

- a) Explicar cómo se estima mediante simulación el valor de esta integral por el método de Monte Carlo.
- b) ► Escribir un programa `monte_carlo(N)` que estime el valor de la integral con N simulaciones. Utilizar el programa para completar la siguiente tabla. Completar la tabla con 6 decimales.

Nº de sim.	Integral
1 000	
10 000	
100 000	

Ejercicio 2: En un sistema hay dos máquinas independientes. La máquina 1 falla después de un tiempo con distribución exponencial $X_1 \sim \mathcal{E}(2)$ y la máquina 2 falla después de un tiempo con distribución exponencial $X_2 \sim \mathcal{E}(3)$.

- a) Calcular el valor esperado del tiempo hasta la primera falla en el sistema.
- b) Calcular la probabilidad de que la primera falla corresponda a la máquina 1.
- c) Calcular la probabilidad de que la primera falla ocurra antes de tiempo $t = 1$.

Ejercicio 3: En un juego se tiran dos dados D_1 y D_2 de seis caras, justos e independientes, y se define

$$X = \max\{D_1, D_2\}.$$

Luego se tira un tercer dado independiente D_3 . Se gana en el juego si $D_3 \geq X$.

- a) Hallar la distribución de X .
- b) Calcular el valor esperado de X .
- c) Calcular la probabilidad de ganar dado que $D_3 = 4$.

Ejercicio 4: Considerar un proceso de Poisson no homogéneo con intensidad $\lambda(t)$ dado por:

$$\lambda(t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 2, \\ 2 & \text{si } 2 \leq t < 4, \\ 6 - t & \text{si } 4 \leq t < 6, \\ 0 & \text{si } t \geq 6. \end{cases}$$

- a) Calcular la probabilidad de que ocurran exactamente 2 eventos en el intervalo $[0, 3]$.
- b) Calcular la probabilidad de que no ocurran eventos en el intervalo $[2, 4]$ dado que ocurrieron 2 eventos en el intervalo $[0, 3]$.
- c) Determinar el número esperado de eventos en el intervalo $[0, 6]$.