
PARCIAL 2 - 24/05/2022

El código `python` utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con “►” y el archivo `.pdf` con la parte escrita se deberán subir a `moodle` para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características:

- Enviar dos archivos, un archivo que deberá llamarse `apellido_nombre.py` o `apellido_nombre.ipynb` y contendrá los ejercicios que requieran la implementación de código, y otro archivo que se llamará `apellido_nombre.pdf` que tendrá las imágenes de la parte escrita.
 - El archivo `.py` o `.ipynb` deberá contener las funciones `ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
 - Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
-

Ejercicio 1: El siguiente código simula valores de una variable aleatoria X .

```
def AliasX():
    U = random()
    V = random()
    if U < 0.4:
        if V < 0.8: return 0
        else:      return 2
    elif U < 0.75:
        if V < 0.6: return 1
        else:      return 3
    else:
        return 2
```

- a) Dar la distribución de probabilidad de la variable X .
- b) Explicar el método de la urna para generar valores de esta variable, utilizando un único arreglo.
- c) ► Implementar el código utilizando el método explicado en (b).

Ejercicio 2: La función de densidad de una variable aleatoria X está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} \exp(x) & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{4}{3} \exp(-2x) & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- Describir cómo se aplica el método de la transformada inversa para generar valores de la variable aleatoria X .
- Escribir un código en Python que genere valores de X utilizando el método de la transformada inversa. Utilizar este código para estimar $P(X \leq 1)$ con 10000 simulaciones. Imprimir este valor.

Ejercicio 3: Considerar la variable aleatoria con densidad f :

$$f(x) = \begin{cases} b(1 - x^2) & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

donde b es la constante que hace que f sea una densidad. Se pide aplicar el método de aceptación y rechazo para generar valores de X . Para esto:

- Elegir una variable aleatoria adecuada para usar como rechazo y describir cómo se aplica el método para generar valores de X usando la variable aleatoria elegida.
- Escribir un código en Python que genere valores de X usando el método descrito en (a). Utilizar este código para estimar $P(X > 0)$. Imprimir este valor.

Ejercicio 4: En un experimento se arroja sucesivamente una moneda, de modo que los resultados de las tiradas son independientes entre sí. En cada tirada, la probabilidad de que la moneda salga cara es p .

La variable aleatoria X representa el número de tiradas independientes que deben realizarse hasta obtener dos tiradas consecutivas distintas. Por ejemplo, $X(\text{cara, cara, cruz}) = X(\text{cruz, cruz, cara}) = 3$.

Así, si $p = \frac{1}{3}$ la probabilidad de masa de X está dada por

$$P(X = n) = \frac{2^{n-1} + 2}{3^n}, \quad n \geq 2$$

Para este valor de p :

- Escribir un código en Python que simule el experimento. Utilizar este código para estimar $P(X = 4)$.
- Describir el método de aceptación y rechazo para generar valores de X , rechazando con una variable aleatoria geométrica $Y \sim \text{Geom}(\frac{1}{3})$. Dar el número esperado de iteraciones que realiza el algoritmo para generar un valor de X .
- Implementar el algoritmo en Python. Utilizar este código para estimar $P(X = 4)$. Imprimir este valor.