

PARCIAL 2 - 22/06/2023

RECUPERATORIO

El código `python` utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con “►” se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características:

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial2r_mys.py` o `apellido_nombre_parcial2r_mys.ipynb`.
- El archivo deberá contener las funciones `ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- En caso de simular variables aleatorias, debe incluirse el código para generarlas y no utilizar las provistas por Python, a excepción de la distribución uniforme.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Juan tiene diez cartas numeradas del 1 al 10, que se encuentran mezcladas aleatoriamente y colocadas en una pila boca abajo. Sucesivamente intentará adivinar el valor de la carta superior de esta pila y luego la coloca dada vuelta en otra pila. Si acierta termina el juego y si no acierta repite estos pasos con la siguiente carta.

Juan tiene buena memoria, por lo cual si la primera carta resultó un 5 y la segunda un 3, sabe que ninguna de las siguientes podrá ser un 5 ni un 3. Además en cada oportunidad elige un valor aleatorio entre los posibles.

- Calcular la probabilidad que haya dado vuelta exactamente 6 cartas hasta acertar.
- Excribir una expresión que permita calcular el valor esperado del número de cartas que dará vuelta hasta acertar el valor.
- Desarrollar e implementar un código que simule este juego, y utilizarlo para estimar el valor pedido en b) con 10000 simulaciones.

Ejercicio 2: Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1.2 \cdot e^{-4x} + 2.1 \cdot e^{-3x}, & x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

- Indicar cómo puede generarse valores de esta variable a través del método de composición.
- Decidir para qué valores de λ , $\lambda > 0$, es posible utilizar el método de aceptación y rechazo para generar valores de X rechazando con $Y \sim \mathcal{E}(\lambda)$.
- Implementar el algoritmo dado en a) para generar valores de X y utilizarlo para estimar $E[X]$ con 10000 simulaciones.

Ejercicio 3: La variable aleatoria Y es la suma de dos variables geométricas independientes, $Y = Y_1 + Y_2$, ambas con distribución $Geom(0.4)$. La variable aleatoria X una variable aleatoria que tiene una distribución dada por:

$$P(X = i) = P(Y = i \mid Y \geq 4). \quad (1)$$

- Explicar para este caso particular, cómo puede aplicarse el método de aceptación y rechazo utilizando Y como rechazo para generar valores de X .
- Escribir un código en Python que genere valores de X utilizando el método dado en a).

Ejercicio 4: El siguiente código simula valores de una variable aleatoria X .

```
def variableX():
    U = 1 - random()
    X = - 3 * sqrt( U )
    return X
```

donde `random()` genera un número aleatorio entre 0 y 1 y `sqrt()` devuelve la raíz cuadrada positiva de un número.

- Dar la distribución de probabilidad de la variable X , indicando su rango, su función de densidad y su función de distribución acumulada.
- Indicar cuál es el método que se está utilizando para generar la variable X .