

PARCIAL 2

14 DE MAYO DE 2026

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial2.py` o `apellido_nombre_parcial2.ipynb`.
 - El archivo deberá contener las funciones requeridas en los ejercicios 2, 3 y 4 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
 - Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
-

Ejercicio 1: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{3-x}{4} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{8} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Dar la función de distribución acumulada $F(x)$. Explicar cómo se aplica el método de la transformada inversa para obtener un algoritmo que simula valores de X y escribir el pseudocódigo correspondiente.
- b) Considerar $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$. Calcular explícitamente el valor de X que devuelve el algoritmo para cada uno de los siguientes valores de U :

■ $U = 0.2,$

■ $U = 0.5$

■ $U = 0.9.$

Ejercicio 2: La variable aleatoria Y toma valores en el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ con las siguientes probabilidades de masa:

$$P(Y = j) = \begin{cases} 0.04 & \text{si } j \text{ es impar} \\ 0.16 & \text{si } j \text{ es par} \end{cases}$$

- a) ► Explicar en papel cómo se construye un algoritmo para generar Y utilizando el método de composición. Escribir el código y nombrarlo `varY()`.
- b) Una nueva variable aleatoria X es generada de acuerdo al siguiente algoritmo:

```
def variableX():
    while True:
        Y = varY()
        if Y <= 6:
            return Y
```

Se pide indicar cuál es el rango de X y las correspondientes probabilidades de masa.

Ejercicio 3: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

- a) Dadas las siguientes variables, indicar cuáles de ellas pueden ser utilizadas para generar valores de X por el método de aceptación y rechazo. Fundamentar en cada caso por qué puede o no puede ser utilizada:

$$Y \sim \mathcal{E}(2) \qquad W \sim \mathcal{E}(1/2) \qquad Z \sim \mathcal{E}(1)$$

- b) ► Seleccionar una de las distribuciones dadas en (a) y explicar los pasos para construir un algoritmo `rechazoX()` que genere valores de X por el método de aceptación y rechazo. Escribir el código correspondiente.
- c) Suponer que en una iteración del algoritmo, la variable de rechazo toma el valor $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es la probabilidad de que este valor sea aceptado?

Ejercicio 4: En un videojuego, un jugador explora una cueva buscando un tesoro. En cada intento, encuentra el tesoro con probabilidad $p = 0.4$, y los intentos son independientes entre sí. A su vez, para realizar el i -ésimo intento tarda un tiempo exponencial X_i con tasa $\lambda = 0.5 \cdot 1/\text{min}$. Así, si realiza N intentos para encontrar el tesoro el tiempo total es:

$$T = X_1 + X_2 + \cdots + X_N.$$

- a) ► Escribir un código `jugador(p, λ)` que simule el proceso hasta encontrar el tesoro y devuelva (N, T) , donde N es el número de intentos y T el tiempo total hasta encontrar el tesoro. **Explicar en papel** en qué consiste el algoritmo.
- b) ► Utilizar el código con los valores de p y λ dados en el enunciado para estimar el tiempo promedio **en minutos** que tarda el jugador en encontrar el tesoro, usando 10 000 simulaciones. **Explicar en papel** cómo se realiza esta estimación.
- c) ► Utilizar el código con los valores de p y λ dados en el enunciado para estimar la probabilidad de realizar tres o más intentos para encontrar el tesoro, con 10 000 simulaciones. **Explicar en papel** cómo se realiza esta estimación.