

RECUPERATORIO - PARCIAL 2

18 DE JUNIO DE 2026

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial2.py` o `apellido_nombre_parcial2.ipynb`.
- El archivo deberá contener las funciones requeridas en los ejercicios 2 y 4 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{4-x}{3} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Dar la función de distribución acumulada $F(x)$. Explicar cómo se aplica el método de la transformada inversa para obtener un algoritmo que simula valores de X y escribir el pseudocódigo correspondiente.
- b) Calcular explícitamente qué valores de X devuelve el algoritmo si los valores de la uniforme $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ resultan:
- $U = 0.2$,
 - $U = 0.5$ y
 - $U = 0.9$.

Ejercicio 2: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 30x^2(1-x)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

- a) Seleccione una variable aleatoria Y que pueda utilizarse como variable de rechazo para generar valores de X . Explicar las condiciones que debe cumplir la densidad g de Y y verificarlas.
- b) ► Escribir un código que genere valores de X por el método de aceptación y rechazo utilizando la variable Y . Indicar cuál es el número esperado de iteraciones que realiza el algoritmo para generar un valor de la variable X .
- c) Utilizar el código anterior para estimar $E[X]$ y $P(X < 0.4)$ utilizando 5 000 simulaciones.

Ejercicio 3: Se tiene la siguiente función que genera valores de una variable aleatoria Z :

```
def generarZ():
    U = random()
    if U <= 0.40:
        Y1 = int(random() * 4)
        Y2 = int(random() * 4)
        return max(Y1, Y2)
    else:
        Y3 = int(random() * 6)
        return min(Y3, 3)
```

- Dar la función de probabilidad de masa de $\max(Y_1, Y_2)$ y de $\min(Y_3, 3)$
- Escribir la función de probabilidad de masa de la variable Z en términos de las probabilidades de masa de $\max(Y_1, Y_2)$ y $\min(Y_3, 3)$.

Ejercicio 4: Se desea estimar mediante Monte Carlo el área encerrada por la curva en el plano cuyos puntos (x, y) satisfacen las desigualdades

$$\frac{x^2}{2} + y^2 < 10 \quad \text{y} \quad |x| + |y| > 3.$$

La curva queda contenida en el interior del rectángulo con vértices en $(-5, -4)$, $(-5, 4)$, $(5, 4)$, y $(5, -4)$. El gráfico se muestra en la Figura 1.

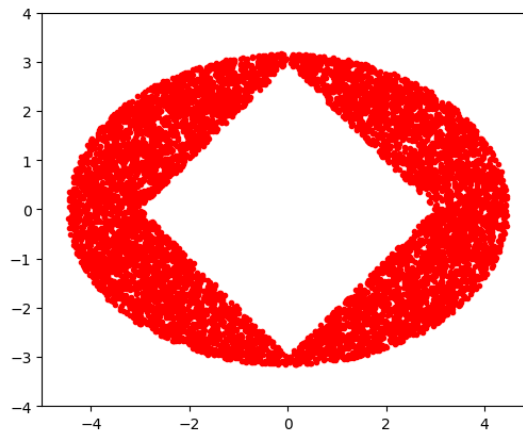


Figura 1: Área a determinar

- Explicar y fundamentar cómo se estima mediante simulación el área encerrada por la curva por el método de Monte Carlo.
- Escribir un programa `area(N)` que estime el área con N simulaciones. Dar el valor obtenido para $N = 100000$ utilizando 6 decimales.