

**PARCIAL 3**

15/06/17

Nombre y Apellido: .....

1	2	3	4	Total

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse apellido\_nombre.py
- El mismo deberá contener las funciones correspondientes a cada ejercicio.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

1. Dada la siguiente muestra

1 1 0 0 4 0 1 3 0 1 2 1 1 0 1 1 0 2 1 1

decidir con 10000 simulaciones y con una confianza del 95 % si se puede afirmar que los datos provienen de una distribución  $\mathcal{B}i(4, p)$ .

2. Sean  $X_1, \dots, X_n$  variables aleatorias normales, independientes e idénticamente distribuidas con varianza  $\sigma^2$  desconocida. Un resultado de la teoría de la probabilidad expresa que la variable aleatoria:  $\chi^2 = \frac{(n-1)}{\sigma^2} S^2(n)$ , tiene distribución *chi*-cuadrado con  $(n - 1)$  grados de libertad.

- a) Escriba la fórmula para los estimadores  $S^2(n)$  y  $\bar{X}(n)$ .
- b) Utilizando una implementación numérica, evaluar  $p = P(0 < \chi^2 < 5)$  asumiendo  $n = 10$ . El número de iteraciones  $N$  de la simulación debe cumplir con las condiciones  $N > 30$  y  $\frac{S(N)}{\sqrt{N}} < 0.1$ .

c) Dadas las observaciones

6.422 7.968 2.287 5.679 5.740 7.254 3.126 3.443 7.702 5.680

calcular la media y la varianza a partir de la distribución empírica discreta, es decir, asignando la misma probabilidad a cada observación. Estimar nuevamente  $p$  con 10000 simulaciones, esta vez generando muestras a partir de la distribución empírica. (Esto es Bootstrap).

3. Se conocen los siguientes 11 valores muestrales independientes:

0.06 0.02 0.18 0.17 0.08 0.13 0.22 0.07 0.12 0.21 0.03

Se desea someter a prueba la hipótesis:  $H_0$  : la muestra proviene de una distribución continua exponencial con parámetro  $\lambda = 11$ .

- a) Calcular el valor del estadístico de Kolmogorov-Smirnov correspondiente a la muestra.
- b) Calcular mediante 10000 simulaciones el  $p$ -valor.
- c) Determinar si con un nivel de significación  $\alpha = 0.05$  se rechaza o no la hipótesis nula.

4. El origen de la civilización Etrusca sigue siendo todavía un misterio para los antropólogos. En concreto, una cuestión que se plantea es la de si fueron originarios de la península italiana o si inmigraron a ella procedentes de algún otro lugar. Se pensó que una forma de contestar a esta pregunta sería comparar a los actuales italianos con los restos arqueológicos etruscos mediante un estudio antropométrico. Para ello, se midió, en milímetros, la máxima anchura,  $X$ , de 8 cráneos de restos de varones etruscos y la máxima anchura,  $Y$ , de la cabeza de 10 varones italianos, todos ellos elegidos al azar. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

<i>Etruscos</i> :	141	132	154	142	143	150	134	140		
<i>Italianos</i> :	133	138	136	125	135	130	127	131	116	128

En base a los datos obtenidos y el rango de una de las muestras, calcule el  $p$ -valor:

- a) a partir de la fórmula recursiva,
- b) a partir de la aproximación normal.

¿se puede concluir que son significativamente iguales las dos poblaciones a nivel  $\alpha = 0.05$ ?