

PARCIAL 3 - 15/06/2023

- Enviar un único archivo con el código utilizado para la resolución de los ejercicios, que deberá llamarse de la forma `apellido_nombre_parcial3.py` o `apellido_nombre_parcial3.ipynb`.
- El código deberá contener las funciones `ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Una industria de pinturas ha hecho una investigación sobre el color de automóviles a nivel global. Se ha tomado una muestra aleatoria de colores de automóviles en una región particular y se desea conocer si sigue la distribución global. Los datos obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

Color	Región	Proporciones globales
Blanco	120	0.22
Plateado	114	0.20
Negro	92	0.19
Gris	85	0.12
Rojo	34	0.09
Marrón	33	0.08
Azul	45	0.07
Verde	11	0.02
Otros	5	0.01

- Plantear el test de hipótesis pertinente y realizar el cálculo en papel del estadístico.
- Dar el p-valor de la prueba y la conclusión que este provee para un nivel de rechazo $\alpha = 0.05$:
 - utilizando una aproximación con la distribución χ^2 ,
 - realizando 10000 simulaciones.

Ejercicio 2: Dado el proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad

$$\lambda(t) = (t - 3)^2 \quad 0 \leq t \leq 6,$$

- Explicar en qué consiste el método de refinamiento con un proceso de Poisson homogéneo para generar este proceso. Determinar la tasa del proceso homogéneo utilizado.
- Determinar al menos 4 intervalos para la mejora del algoritmo dado en a). Implementar en código un programa que simule el proceso con el método de refinamiento mejorado y devuelva una lista de los tiempos de eventos en el intervalo $[0, 6]$.

Ejercicio 3: Considerar la cadena de Markov con espacio de estados $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ y la siguiente matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

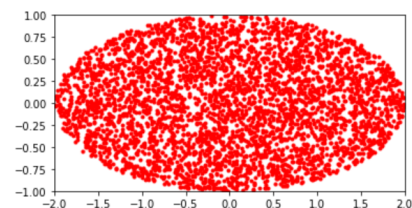
- Realizar el diagrama de transición de la cadena.
- Decidir si la cadena es irreducible.
- Determinar las clases comunicantes, los estados recurrentes y los transitorios.
- Calcular las probabilidades de alcance desde cada estado al conjunto $A = \{3, 4\}$.

Ejercicio 4:

Se desea estimar el área de una elipse con ecuación

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1.$$

sorteando puntos dentro de un rectángulo que contiene a la figura, y determinando la proporción de puntos que caen dentro de la elipse.



- Explicar qué estimador se utiliza para la proporción y cuál es la varianza de este estimador.
- Utilizar el rectángulo con vértices en $(-2, 1)$, $(2, 1)$, $(2, -1)$ y $(-2, -1)$, y desarrollar un algoritmo que calcule la proporción de puntos que caen en la elipse.
- Obtener mediante simulación un intervalo de ancho menor que 0.1 el cual contenga al área de la elipse con el 95 % de confianza. Indicar el número de simulaciones necesarias.