

PARCIAL 3

11 DE JUNIO DE 2026

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial3.py` o `apellido_nombre_parcial3.ipynb`.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
- No utilice implementaciones personales de densidades, probabilidades y distribuciones acumuladas a menos que el ejercicio se lo pida exactamente.

Ejercicio 1: El departamento de operaciones de un banco desea estimar el tiempo promedio de horas extras (X) que debe quedarse el personal después del cierre de las puertas (15:00 hs) para terminar de atender a todos los clientes que ingresaron antes de esa hora.

Debido a que los tiempos de espera de clientes consecutivos están fuertemente autocorrelacionados, el analista simula jornadas completas de 8 horas con una semilla aleatoria diferente, registrando como variable de salida el tiempo total en minutos transcurrido desde las 15:00 hs hasta que el último cliente se retira.

El objetivo es estimar el tiempo medio de horas extras con un nivel de confianza del 95 % y garantizar que el semiancho del intervalo de confianza sea menor o igual a 1.0 minuto.

El software ejecuta las simulaciones de forma secuencial día por día, y registra los estadísticos media muestral $\bar{X}(n)$ y desvío estándar muestral $S(n) = \sqrt{S^2(n)}$. En los pasos 164, 165 y 166 obtiene:

n	$\bar{X}(n)$	$S(n)$
164	24.50 min	6.56 min
165	24.38 min	6.55 min
166	24.35 min	6.54 min

- a) Indicar el primer valor de n para el cual se obtiene la condición pedida.
- b) El sindicato bancario sostiene que en promedio los empleados del banco se están quedando más de 26 min fuera de la hora de cierre. De acuerdo a la estimación en a), construir el correspondiente intervalo de confianza del 95 % e indicar si la hipótesis del sindicato es aceptable.

Ejercicio 2: Se tiene el siguiente conjunto de 16 datos:

27, 25, 80, 79, 61, 55, 31, 35, 60, 8, 87, 89, 41, 90, 96, 63

El estimador de la mediana de los datos se obtiene ordenando los datos de menor a mayor y tomando el promedio de los dos centrales:

$$\hat{\theta} = \frac{X^{(8)} + X^{(9)}}{2},$$

donde $X^{(i)}$ es el i -ésimo elemento de la muestra ordenada, $1 \leq i \leq 16$.

Se desea estudiar el error cuadrático medio respecto a la mediana y la varianza de este estimador utilizando la técnica bootstrap.

- Explicar de qué manera se realiza la estimación bootstrap del error cuadrático medio con $N = 5000$ muestras. ► Escribir un programa que estime el error cuadrático medio del estimador de la mediana utilizando 5000 muestras bootstrap. Escribir el resultado en el papel.
- Explicar de qué manera se realiza la estimación bootstrap de la varianza con $N = 5000$ muestras. ► Escribir un programa que estime la varianza del estimador de la mediana utilizando 5000 muestras bootstrap. Escribir el resultado en el papel.

Ejercicio 3: Una máquina automatizada empaca bolsas de café que teóricamente deben pesar 500 gramos y seguir una distribución normal con una desviación estándar σ de 5 gramos. Es decir, la distribución teórica esperada es $N(500, 5)$. El supervisor sospecha que la máquina está descalibrada y toma una muestra aleatoria de 30 bolsas. Los pesos medidos en gramos son los siguientes. (También puede descargarlos del archivo `datos_parcial_3.txt`):

491.455	496.387	491.175	502.551	509.838	491.708
501.39	496.717	494.769	503.901	502.351	503.617
501.754	497.783	501.019	501.494	502.689	501.762
509.541	504.808	507.551	498.701	501.114	504.87
506.344	511.543	496.488	498.155	501.201	507.446

- Diseñar una prueba de hipótesis usando el estadístico de Kolmogorov Smirnov, para determinar si los datos provienen de una distribución normal $N(500, 5)$: indicar la hipótesis nula y cómo se construye el estadístico.
- Escribir un programa que calcule el valor del estadístico y calcularlo.
- Escribir un programa que calcule el p -valor con 10 000 simulaciones y que utilice variables uniformes para calcular el estadístico en cada simulación. Determinar si la hipótesis nula es rechazada o no, con un nivel de rechazo del 5 %.

Ejercicio 4: Un profesor de estadística quiere verificar si el número de respuestas correctas en un test de verdadero/falso de 3 preguntas sigue una distribución Binomial con parámetros $n = 3$ y $p = 0.50$ (lo que indicaría que los alumnos responden completamente al azar).

Para probarlo, analiza las notas de una muestra de $N = 200$ exámenes de semestres anteriores y obtiene los siguientes resultados:

- 0 respuestas correctas: 25 exámenes.
 - 1 respuesta correcta: 68 exámenes.
 - 2 respuestas correctas: 70 exámenes.
 - 3 respuestas correctas: 37 exámenes.
- a) Diseñar una prueba de hipótesis usando el test chi-cuadrado para determinar si las observaciones se corresponden con una distribución $Bin(3, 0.5)$. Calcular el p -valor con la distribución χ_k^2 adecuada. Decidir si la hipótesis nula es o no rechazada con un nivel de rechazo del 20 %.
- b) Suponer ahora que se desea testear la hipótesis de que los datos provienen de una binomial $Bin(3, p)$, pero que se estimará p a partir de los datos. Indicar los pasos para calcular el estadístico y calcular el p -valor con la distribución χ_k^2 adecuada. Decidir si la hipótesis nula es o no rechazada con un nivel de rechazo del 20 %.
- c) ► Ahora estimar el p -valor para el caso b) usando 10 000 simulaciones. Explicar en papel el procedimiento usado. Determinar si la hipótesis nula es rechazada o no, con un nivel de rechazo del 20 %.