

Probabilidad y Estadística  
Profesorados y Licenciatura en Computación  
Examen 04/12/2013

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Apellido y Nombre:

Carrera:

**Problema 1:** Se seleccionaron 18 detectores de Radón de cierto tipo y cada uno de ellos se expuso a 100 pCi/L de Radón. Las lecturas de Radón obtenidas con estos detectores fueron:

101,05 100,10 99,09 100,19 99,56 100,96 99,72 99,76 100,85  
99,89 98,98 100,15 99,11 100,48 99,81 99,61 101,02 98,90

- Obtener dos medidas de posición o tendencia central y dos de dispersión o variabilidad para estos datos.
- Realizar el gráfico de caja para estos datos, ¿hay datos atípicos o anómalos? Justifique su respuesta.

**Problema 2:** En la producción de cierto artículo se pueden presentar sólo dos tipos de defectos (A y B). Se sabe que el defecto tipo A ocurre en un 5% de los artículos; el defecto tipo B se presenta en un 3% de los artículos y en un 1% ocurren ambos defectos.

- Calcular la probabilidad de que un artículo tomado al azar de la producción:
  - presente sólo el defecto tipo A.
  - presente al menos un defecto.
  - no presente ningún defecto.
- Sea  $Y$  la variable que cuenta el número de defectos encontrados en el artículo seleccionado al azar.
  - Dar la función de distribución de probabilidad y la distribución acumulada para la variable  $Y$ .
  - Calcular el valor esperado de  $X = 2 - Y^2$ .

**Problema 3:** Una unidad de radar es utilizada para medir la velocidad de los automóviles en una vía rápida, durante la hora de mayor congestionamiento. La velocidad de los automóviles está distribuida normalmente con una media y desviación estándar poblacional de  $\mu = 100$  y  $\sigma = 8,5$  kilómetros por hora, respectivamente.

- ¿Cuál es la probabilidad que un automóvil elegido al azar viaje a una velocidad de a lo sumo 88 kilómetros por hora?
- ¿Cuál es la probabilidad que un automóvil elegido al azar viaje a una velocidad comprendida entre 88 y 110 kilómetros por hora?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de diez automóviles, elegidos al azar, viaje a una velocidad mayor de 88 kilómetros por hora?

**Problema 4:** Considerando los datos del Problema 1 y suponiendo que la distribución de lecturas de Radón en este tipo de detectores es normal, responda los siguientes ítems.

- Dar estimaciones por Máxima Verosimilitud para la media poblacional, varianza poblacional y percentil 5% para la variable lecturas de Radón en este tipo de detectores.
- Construya un intervalo de confianza del 99% para la verdadera lectura media de Radón de ese tipo de detector.

c) Construya un intervalo de confianza del 95% para la varianza de la lectura de Radón de ese tipo de detector.

d) Según la información observada, ¿puede decirse que la lectura media de Radón para este tipo de detector difiere del valor al cual fueron expuestos los detectores? Para responder esta pregunta plantear las hipótesis pertinentes, dar la región de rechazo y concluir usando un nivel de significancia del 0.01.

**Problema 5:** En el diseño de mascarillas para bomberos es importante que resistan altas temperaturas debido a que por lo común trabajan en temperaturas de 200 a 500°F. En una prueba realizada en un conjunto de 120 mascarillas de cierta marca, a 48 se les desprendieron las lentes a una dada temperatura de referencia (250°F).

a) Construya un Intervalo de Confianza del 90% para la proporción poblacional  $p$  de mascarillas de ese tipo, cuyas lentes se desprendieran a la temperatura de referencia.

b) Determinar el tamaño de muestra necesario para que un Intervalo de Confianza del 90% para  $p$  tenga una longitud de a lo sumo la mitad de la obtenida en el ítem anterior, independientemente del valor de  $p$ .

c) Se quiere determinar si existe evidencia suficiente para decir que la proporción poblacional  $p$  de mascarillas de ese tipo cuyas lentes se desprendieran a la temperatura de referencia, es menor a 0.5. Para ello:

i) Plantear las hipótesis para este problema.

ii) Establecer la región de rechazo para un nivel de significación del 5% y tomar una decisión.

iii) Calcular el  $p$ -valor y usando este valor tomar una decisión considerando  $\alpha = 0.01$ .

**Problema 6:** Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria con  $n \geq 3$  y distribución Poisson de parámetro  $\lambda$ .

a) Hallar el Estimador por el Método de los Momentos para  $\lambda$ .

b) Hallar el Estimador por el Método de Máxima Verosimilitud para  $\lambda$ .

c) Considerando los siguientes estimadores de  $\lambda$

$$\tilde{\lambda}_1 = X_1, \quad \tilde{\lambda}_2 = \frac{X_1 + X_n}{2}, \quad \tilde{\lambda}_3 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{3}, \quad \tilde{\lambda}_4 = \bar{X}$$

i) ¿Cuáles de estos estimadores son insesgados para  $\lambda$ ? Justifique su respuesta.

ii) Entre los estimadores insesgados encontrados, ¿cuál tiene menor varianza? Justifique su respuesta.

Ayuda: Si  $X \sim P(\lambda)$  entonces su función de distribución de probabilidad está dada por

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \text{ para todo } k \in N \cup \{0\}$$