

Examen de Probabilidad y Estadística – FAMAF (11/08/2020)

Nombre:

Carrera:

JUSTIFIQUE CLARAMENTE SU RESPUESTA

Parte A:

Ejercicio 1: i) Los valores de contenido de Nitrógeno (mg/L) en muestras de aguas residuales, registrados a la salida de una planta industrial, fueron: 11,6; 19,2; 14,9; 7,3; 16,6; 9,8; 11,6; 9,7; 15,1; 14,4; 5,1; 28,8 y 15,9.

- Dar cuatro medidas de posición y tres medidas de dispersión para estos datos.
- Determinar si hay datos atípicos para estas mediciones. Justifique su respuesta.

ii) Se realizó una investigación en personas que sufren leucoplasia oral. El 85% de ellos fuman o consumen alcohol, el 55% consume alcohol (A) y el 65% fuma (F).

- ¿Cuál es la probabilidad que la persona no fume y consuma alcohol?
- ¿Son disjuntos o excluyentes los eventos F y A?
- ¿Son independientes los eventos F y A?
- Dado que se selecciona un sujeto fumador ¿cuál es la probabilidad que consuma alcohol?

Ejercicio 2: Sea X una variable aleatoria con función de distribución acumulada dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -2 \\ \frac{(x+2)^2}{8} & \text{si } x \in [-2; 0) \\ 1 - \frac{(-x+2)^2}{8} & \text{si } x \in [0; 2) \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- Determinar si X es una variable aleatoria discreta o continua. Justificar su respuesta.
- Hallar la función probabilidad de masa o función densidad de probabilidad de X según corresponda.
- Calcular el valor esperado y desviación estándar para X.

Ejercicio 3: La altura de los hombres (X) de una población tiene una distribución normal con una media de 170 cm y un desvío estándar de 1,5 cm y la altura de las mujeres (Y) tiene una distribución normal con una media de 164 cm y un desvío estándar 1,5 cm.

- Si se elige un hombre al azar de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que su altura esté comprendida entre 168 y 173 cm?
- Hallar el percentil 7% o cuantil 0,07 para la variable Y.
- Se elige un hombre y una mujer al azar de esta población, ¿cuál es la probabilidad de que el hombre sea más alto que la mujer?
- Si se eligen 9 mujeres al azar
 - ¿cuál es la probabilidad de que el promedio muestral de las alturas esté comprendida entre 162 y 165 cm?
 - ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 7 de ellas tengan una altura superior a 165 cm?

Parte B:

Ejercicio 4: Los tiempos de activación de un sistema para prevención de incendios, que utiliza una espuma acuosa, para una muestra al azar de rociadores se obtuvieron para una muestra de tamaño $n = 13$, la cual arrojó un promedio muestral de 27,92 segundos y una desviación estándar muestral (s_{n-1}) de 5,62 segundos.

Se asume que la variable tiempos de activación de estos rociadores sigue una distribución normal. Según el fabricante, el tiempo medio de activación del sistema es menor a 25 segundos.

- Dar estimaciones por máxima verosimilitud para la media poblacional, para la varianza poblacional y para el percentil 30 de esta distribución.
- ¿Existe evidencia suficiente para decir que el tiempo medio de activación de estos rociadores es mayor a 25 segundos? Para responder: plantear las hipótesis adecuadas, calcular el valor observado del estadístico de prueba, dar la región de rechazo y concluir en el contexto del problema al 5%
- Si ahora suponemos que $\sigma = 5,1$ ¿existe evidencia suficiente para decir que el tiempo medio de activación de estos rociadores es mayor a 25 segundos? Para responder: plantear las hipótesis adecuadas, calcular el valor observado del estadístico de prueba y concluir en el contexto del problema al 1% usando el p-valor.

Ejercicio 5: De una muestra aleatoria de 200 infractores de tránsito se encontró que 70 fueron debido al uso del celular por parte del conductor sin el uso de manos libres mientras conducía.

- Dar un intervalo de confianza del 98% para la verdadera proporción (p) de conductores que usan el celular mientras conducen no usando manos libres.
- Determine el menor tamaño de muestra necesario para que la longitud de un intervalo de confianza del 98% para p no supere 0,05, independientemente del valor \hat{p} .
- Se desea tomar una decisión para las siguientes hipótesis:
$$H_0 : p = 0,25 \text{ vs } H_a : p > 0,25.$$
 - Dar el estadístico de prueba y su distribución bajo H_0 .
 - Dar la Región de rechazo usando $\alpha = 0,03$ y concluir en el contexto del problema.
 - Calcular el p valor aproximado y usando ese valor tomar una decisión al 1%.

Ejercicio 6: Sean X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria con función densidad de probabilidad dada por:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}} & , \text{ para } x > 1 \\ 0 & , \text{ en caso contrario} \end{cases} \quad \text{para } \theta > 1.$$

- Hallar el estimador por el método de los momentos para θ .
- Hallar el estimador por el método de máxima verosimilitud para θ .
- ¿Cuánto vale la esperanza de \bar{X} ?