

Examen de Probabilidad y Estadística (22/09/2020)

Nombre:

Carrera:

	Parte A				Parte B		
	Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3		Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6
Total A				Total B			

Justifique sus respuestas.

Parte A

Ejercicio 1: I) Se midió la concentración de plomo en sangre para una muestra de 14 niños, que concurren a una escuela cercana a una calle de alto tránsito, obteniéndose el siguiente conjunto de datos

10,62 ; 10,68 ; 10,78 ; 10,84 ; 10,86 ; 11,16 ; 13,21 ; 11,28 ; 12,98 ; 11,29 ; 11,51 ; 11,53 ; 11,61 y 11,67.

a) Obtener cuatro medidas de posición y tres medidas de dispersión o variabilidad para estos datos.

b) Determinar si hay datos atípicos o anómalos en la muestra. Justifique su respuesta.

II) Una empresa tiene 28 empleados en el turno mañana y 14 en el turno tarde. Se deben seleccionar 10 empleados al azar y suponiendo que cualquier selección es igualmente probable calcular la probabilidad que haya igual número de empleados de cada turno.

Ejercicio 2: Sea X una variable aleatoria con distribución acumulada dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a & 0 \leq x < 1 \\ b & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

donde a y b son constantes con $0 < a < b$.

- Determinar si la variable aleatoria X es discreta o continua usando propiedades de la distribución acumulada.
- Determinar el valor de las constantes a y b tales que $E(X) = 0,75$ y $E(X^2) = 1,25$.
- Calcular la esperanza de $W = -8X + 10X^2$, usando propiedades de la función esperanza.

Ejercicio 3: Se sabe que la altura en jóvenes sigue una distribución normal y además si practica atletismo (X) tiene un valor medio y desviación estándar de 1,72 m y 0,06 m respectivamente mientras que en no atletas (Y) tiene un valor medio y desviación estándar de 1,65m y 0,06 m respectivamente.

- Calcular la probabilidad que la altura de un joven atleta supere 1,85 m.
- Calcular el percentil 35 para la altura de jóvenes atletas.
- Se seleccionaron dos muestras aleatorias independientes de 16 jóvenes atletas y 16 no atletas.
 - Calcular la probabilidad de que exactamente 8 de los 16 jóvenes no atletas supere una altura de 1,68 m.
 - Calcular la probabilidad que el promedio de las alturas en jóvenes no atletas sea a lo sumo 1,68m.
 - Calcular la probabilidad de que el promedio de las alturas en jóvenes atletas supere al promedio de las alturas en jóvenes no atletas.

Parte B

Ejercicio 4: En una estación agrícola se busca ensayar el efecto de un nuevo fertilizante en la producción de trigo. Se seleccionó una muestra aleatoria de 25 parcelas que fueron tratadas con el fertilizante, la producción promedio y desviación estándar (s_{n-1}) muestral obtenidas fueron de $0,285 m^3$ y $0,022 m^3$. Suponga que la variable producción de trigo, con el uso del fertilizante, tiene distribución normal de parámetros μ y σ^2 .

- Dar estimaciones por máxima verosimilitud para μ ; σ y para el percentil 35 para la variable producción de trigo en suelo tratado con el fertilizante.
- Obtenga un intervalo de confianza del 98% para el valor medio de producción de trigo con el fertilizante (μ).
- Se sabe que la producción media de trigo bajo las mismas condiciones pero sin el fertilizante es de $0,26 m^3$. ¿Existe evidencia suficiente para decir que hay un incremento significativo en la producción de trigo con el uso del fertilizante respecto del no uso? Justifique su respuesta: planteando las hipótesis pertinentes, dando la región de rechazo y concluir al 1% en el contexto de la pregunta.

Ejercicio 5: En una muestra aleatoria de 500 accidentes en una empresa de la madera, 150 de ellos tuvieron su origen en el uso de sierras circulares, durante un año.

- Dar un intervalo de confianza del 98% para la verdadera proporción (p) de accidentes por el uso de sierras circulares.
- Determine el menor tamaño de muestra necesario para que la longitud de un intervalo de confianza del 98% para p sea a lo sumo 0,09; independientemente del valor \hat{p} .
- Se desea tomar una decisión para las siguientes hipótesis:
$$H_0 : p = 0,25 \text{ vs } H_a : p > 0,25$$
 - Dar la Región de rechazo usando $\alpha = 0,02$ y concluir en el contexto del problema.
 - Calcular el p valor aproximado y usando ese valor tomar una decisión en el contexto del problema al 1%.

Ejercicio 6: Sean X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria con función densidad de probabilidad dada por:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}} & , \text{ para } x > 1 \\ 0 & , \text{ en caso contrario} \end{cases} \quad \text{para } \theta > 1.$$

- Hallar el estimador por el método de los momentos para θ .
- Hallar el estimador por el método de máxima verosimilitud para θ .