

## Examen de Probabilidad y Estadística – FAMAf (11/02/2021)

### JUSTIFIQUE CLARAMENTE TODAS SUS RESPUESTAS

#### Parte A:

##### **Ejercicio 1:**

- a) Para un conjunto de 30 datos resultaron: el cuartil inferior 12,75, el cuartil superior 20,8 y la mediana 17,3. Las observaciones mínima y máxima fueron de 0,55 y 34,5. Con esta información,
  - i) ¿Podría concluir que la muestra tiene al menos un dato atípico? Justifique su respuesta.
  - ii) Dar tres medidas de posición y dos de variabilidad para este conjunto de datos.
- b) Suponga que una empresa midió el tiempo de evacuación de sus empleados, obteniendo un promedio y desvío estándar muestrales de 48 y 1,5 minutos, respectivamente. Expresar en segundos el promedio y varianza muestrales para estos datos.

##### **Ejercicio 2:**

El número de errores tipográficos por página cometidos por una secretaria tiene distribución de Poisson con un valor medio de 3 errores por página. Si una página tiene al menos un error, la secretaria tendrá que corregirla y volver a imprimirla.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no deba volver a imprimir una página?
- b) Suponga que la secretaria tipea e imprime un trabajo de 15 páginas y que los errores por página son independientes entre sí. Entonces:
  - i) Dar el valor esperado y desvío estándar para el número de páginas del trabajo que deben volver a ser impresas.
  - ii) ¿Cuál es la probabilidad de que deba volver a imprimirse por lo menos una de las 15 páginas?

##### **Ejercicio 3:**

Se sabe que la longitud del cuerpo de una especie de insecto tiene distribución normal. Sea  $X$  la v.a. longitud para insectos que habitan en un cultivo A, cuyo valor medio y varianza son  $12 \text{ mm}$  y  $15 \text{ mm}^2$ , y sea  $Y$  la v.a. longitud para insectos que habitan que en un cultivo B, cuyo valor medio y varianza son  $16 \text{ mm}$  y  $14 \text{ mm}^2$ . Suponga que  $X$  e  $Y$  son variables independientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un insecto que habita en el cultivo B se encuentre comprendida entre 13 y  $20 \text{ mm}$ ?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la longitud de un insecto que habita en el cultivo A sea menor que la longitud de un insecto que habita en el cultivo B?
- c) Se tomó una muestra aleatoria de tamaño 9 de insectos que habitan en el cultivo B.
  - i) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo dos de los nueve insectos tengan una longitud de por lo menos  $20 \text{ mm}$ ?
  - ii) ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de las longitudes de los 9 insectos sea de por lo menos  $20 \text{ mm}$ ?

## **Parte B:**

### **Ejercicio 4:**

Se desea realizar una obra donde ciertas líneas telefónicas sean subterráneas. Se tomó una muestra aleatoria de 400 personas, de las cuales resultaron 335 a favor de dicha obra. Sea  $p$  la proporción verdadera de clientes a favor de la obra.

- a) Dar un intervalo de confianza del 98% para  $p$ .
- b) Para la realización de la obra la compañía telefónica requiere que más del 80% de estos clientes estén a favor de la misma, pues se efectuará un cargo adicional a sus cuentas. Se busca determinar si existe evidencia suficiente para que la compañía telefónica pueda realizar la obra. Para ello:
  - i) Plantear las hipótesis adecuadas, dar la región de rechazo para un nivel de significación del 5% y concluir en el contexto del problema.
  - ii) Calcular el p-valor de la prueba y usando el p-valor concluir en el contexto del problema a nivel 0,02.

### **Ejercicio 5:**

Un fabricante afirma que sus tabletas de aspirinas pesan 1 gr. Como parte de un estudio de medicamentos, se tomó una muestra de 20 tabletas de aspirinas, producidas por este fabricante, cuyo peso promedio muestral fue de 0,95 gr y la varianza muestral ( $s_{n-1}^2$ ) de 0,0025 gr<sup>2</sup>. Suponga que la variable peso de las tabletas ( $X$ ) tiene distribución normal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ .

- a) Dar la estimación por máxima verosimilitud para  $\mu, \sigma$  y la  $P(X > 0,89)$ .
- b) Obtenga un intervalo de 98% de confianza para  $\mu$ .
- c) ¿Existe evidencia suficiente para decir que el peso medio de estas tabletas es menor a lo que afirma el fabricante? Para responder: plantear las hipótesis adecuadas, calcular el valor observado del estadístico de prueba, dar la región de rechazo y concluir en el contexto del problema al 5%.
- d) Si ahora asumimos que  $\sigma = 0,052$ , ¿existe evidencia suficiente para decir que el peso medio de estas tabletas es menor a lo que afirma el fabricante? Responder de igual forma que lo hizo en el ítem c).

### **Ejercicio 6:**

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n, n \geq 3$ , una muestra aleatoria con distribución de Poisson de parámetro  $\lambda > 0$ .

- a. Hallar el estimador por el método de los momentos para  $\lambda$ .
- b. Dados los siguientes estimadores de  $\lambda$ , determinar cuáles son insesgados:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{X_1 + X_2}{2} ; \hat{\lambda}_2 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{5} ; \hat{\lambda}_3 = \bar{X} ; \hat{\lambda}_4 = \frac{X_1 + X_2 + 2 X_3}{4}$$

- c. De los estimadores insesgados del ítem b), determinar cuál tiene menor varianza.