

Justifique claramente todas sus respuestas y realizar las cuentas usando 4 dígitos decimales significativos

Parte A:

Ejercicio 1:

- a) Para un conjunto de 25 datos resultó: el cuartil inferior 100,75, el cuartil superior 150,80 y la mediana 127,30. Las observaciones mínima y máxima fueron de 98,25 y 234,75. Con esta información, ¿podría concluir que **la muestra tiene al menos un dato atípico**? Justifique su respuesta.
- b) La probabilidad de que un doctor diagnostique de manera correcta una enfermedad específica es de 0,70. Si el doctor hace un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que un paciente entable una demanda legal es de 0,90 mientras que si el diagnóstico es correcto, la probabilidad de recibir una demanda legal es de 0,05.
 - i) ¿Cuál es la probabilidad de que el doctor haga un diagnóstico incorrecto y sea demandado por el paciente?
 - ii) ¿Cuál es la probabilidad de que un paciente entable una demanda legal contra el doctor?
 - iii) Si se sabe que un paciente no entabló una demanda legal contra el doctor, ¿cuál es la probabilidad de que el diagnóstico del doctor haya sido correcto?

Ejercicio 2:

Sea X una variable aleatoria con función densidad de probabilidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} k(4-x) & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- a) Determinar el valor de la constante k .
- b) Hallar la función de distribución acumulada de X .
- c) Calcular $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 3\right)$ y el percentil 25 o cuantil 0,25 de X .
- d) Calcular la esperanza de X y la varianza de X .

Ejercicio 3:

Se estudiaron las horas de sueño de pacientes con insomnio que recibieron alguno de dos tipos de somníferos A o B. Se conoce que las variables horas de sueño, bajo el efecto de cada uno de estos somníferos, tienen distribuciones normales con esperanza y desvíos estándar $\mu_A=8,00$ y $\sigma_A=0,40$ para el somnífero A y $\mu_B=6,69$ y $\sigma_B=0,50$ para el somnífero B.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de horas de sueño usando el somnífero A esté comprendida entre 7,24 y 8,16 hs?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de horas de sueño producidas por el somnífero A (X) sea mayor que la del somnífero B (Y)?
- c) Se seleccionaron al azar 9 pacientes con insomnio que recibieron el somnífero A. Calcular:
 - i) la probabilidad de que al menos dos de los pacientes presenten una cantidad de horas de sueño comprendida entre 7,24 y 8,16 hs.
 - ii) el percentil 77 o cuantil 0,77 para la variable promedio muestral.

Parte B:

Ejercicio 4:

Según información de un país, el porcentaje de niños con sobrepeso es del 30%. En cierta región de este país se seleccionó una muestra aleatoria de 800 niños, resultando que 200 tenían sobrepeso.

- a) Construya un intervalo de confianza aproximado del 98% para la proporción de niños con sobrepeso en esta región.
- b) ¿Existe evidencia suficiente para determinar que en esta región la proporción de niños con sobrepeso es menor que la proporción de niños con sobrepeso del país? Plantear las hipótesis pertinentes, calcular el valor observado del estadístico de prueba y concluir en el contexto del problema al 1%:
 - i) a partir de la región de rechazo;
 - ii) a partir del p-valor aproximado.

Ejercicio 5:

Una muestra aleatoria de 16 ranas macho, de la especie *Rana pipiens*, fue seleccionada de una región A y se midió la longitud de sus cuerpos (en mm). El promedio obtenido en la muestra fue de 84 mm.

Suponga que la variable longitud del cuerpo de esta especie tiene distribución normal de parámetros μ y σ^2 .

- a) Considere que σ es conocido, entonces:
 - i) Si el intervalo de confianza del 95% para μ es $[77,63; 90,37]$ determinar cuál es el valor de σ .
 - ii) Si con la misma muestra y el valor de σ obtenido en i) se obtuvo este intervalo de confianza para μ : $[75,0625; 92,9375]$, determinar el nivel de confianza de este intervalo y cuál de los dos intervalos (de i) y ii)) es más preciso.
- b) Considere que σ es desconocido y que la varianza muestral (s_{n-1}^2) fue igual a 169 mm^2 .
 - i) Dar estimaciones por el **método de los momentos** para μ y σ^2 .
 - ii) Dar estimaciones por el **método de máxima verosimilitud** para σ y para $P(X \geq 74)$.
 - iii) Se sabe que en otra región, que llamaremos B, la longitud de esta especie de ranas macho tiene una longitud media de 74 mm. ¿Existe evidencia suficiente para decidir que la longitud media en la región A es mayor a la longitud media en la región B? Plantear las hipótesis adecuadas, dar la región de rechazo, calcular el valor observado del estadístico de prueba y concluir en el contexto del problema al 5%.

Ejercicio 6:

El número de fallas de cierto equipo es una variable aleatoria Y con distribución de Poisson de parámetro λ . Sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra aleatoria con la misma distribución que Y .

- a) Hallar el estimador por el método de los momentos para λ . Determinar si el estimador obtenido es insesgado para λ y calcular su varianza.
- b) Si el costo semanal del equipo para la reparación de fallas está dado por $C = 3Y + Y^2$.
 - i) Calcular $E(C)$.
 - ii) Determinar si el estimador $\hat{\theta} = 3\bar{Y} + \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n}$ es insesgado para $\theta = E(C)$.