

Apellido y Nombre: Romulo Vega

Justifique claramente todas sus respuestas.

PARTE A

Ejercicio 1. Se propone un nuevo método para la determinación de concentraciones de fósforo en el suelo. Con este nuevo método se realizaron 18 mediciones de concentraciones de fósforo en un suelo. Los datos obtenidos fueron:

495,66 496,83 498,05 498,33 498,34 498,72 499,06 499,17 499,65
500,49 500,61 500,66 500,67 500,87 500,95 501,72 502,49 502,82

- Obtener dos medidas de posición o tendencia central para estos datos.
- Obtener dos medidas de dispersión o variabilidad para estos datos.
- Determinar si hay datos atípicos. Justifique su respuesta.
- Realizar el gráfico de caja para estos datos.

Ejercicio 2. Sea X una variable aleatoria que cumple $E(X^2) = 10$ y que su función de distribución acumulada está dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ a, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0,5, & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 0,8, & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ 1, & \text{si } 6 \leq x \end{cases}$$

- Hallar el valor de la constante a para que se cumplan las condiciones planteadas y dar la función de probabilidad de masa de X .
- ¿Cuál es la probabilidad de que X sea por lo menos 2?
- Hallar la varianza de X .

Ejercicio 3. Se sabe que los ingresos de trabajadores pertenecientes a cierta industria metalmecánica tiene distribución normal, siendo $\mu = 135000$ el valor medio y $\sigma = 1500$ la desviación estándar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador de la industria tenga un salario superior a \$136000? Justifique su respuesta.
- Hallar el percentil 25 o cuantil 0.25 para la variable salario de un trabajador de la industria.
- Se tomó una muestra aleatoria de tamaño 11 de trabajadores de la industria.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos, de los 11, trabajadores tenga un salario inferior a \$136000? Justifique su respuesta.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el salario promedio de trabajadores sea de por lo menos \$137000?

PARTE B

Ejercicio 4. Refiérase al enunciado del Ejercicio 1 y suponga que la variable concentración de fósforo tiene una distribución normal.

- 25 Dar estimaciones por Máxima Verosimilitud para la media poblacional, varianza poblacional y percentil 95% para la variable concentración de fósforo con este nuevo método.
- 25 Hallar un intervalo de confianza del 95 % para la concentración media de fósforo en suelo, según el nuevo método.
- c) Suponga que la concentración verdadera de fósforo en suelo es de 500 mg/Kg. ¿Hay evidencia suficiente para decir que la concentración promedio de fósforo obtenida con el nuevo método difiere significativamente del valor real? Plantear las hipótesis de interés, dar el estadístico de prueba y su distribución bajo hipótesis nula, dar la región de rechazo al 5 %, calcular el valor observado del estadístico de prueba y concluir en el contexto del problema.
- d) Si el p-valor, para la prueba planteada en el ítem c), es igual a 0,0186 concluir usando un $\alpha = 0,01$.

Ejercicio 5. Se seleccionó una muestra aleatoria de 360 productores agropecuarios, de una región de la provincia de Córdoba, de los cuales 288 eran propietarios del campo. Sea p la verdadera proporción de productores de esta zona que son propietarios.

- 25 a) Dar un intervalo de confianza del 98 % para p .
- 25 b) Determinar el tamaño de muestra necesario para que la longitud del intervalo de confianza del 98 % para p sea a lo sumo 0,01, independientemente del valor de \hat{p} .
- c) Se quiere determinar si más del 75 % de los productores de esta región son propietarios del campo. Entonces:
 - 25 i) Plantear las hipótesis adecuadas para este problema.
 - 12 ii) Dar la región de rechazo para un nivel de significación del 5 % y tomar una decisión en el contexto del problema.

Ejercicio 6. Sea una muestra aleatoria con función densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+x\theta), & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

para $-1 \leq \theta \leq 1$.

- a) Hallar el estimador por el método de los momentos para θ .
- b) Determinar si el estimador obtenido en a) es insesgado para θ .
- c) Suponga que los valores obtenidos con una muestra aleatoria de tamaño 10 fueron:

0,13; -0,96; 0,05; -0,44; 0,02; -0,81; 0,93; 0,69; -0,14; 0,54.

Dar una estimación puntual para θ por el método de los momentos.