Introducción a la Probabilidad y Estadística

Examen 16-12-2024

1 a)	1 b)	1 c)	2 a)	2 b)	2 c)	3 a)	3 b)	Total A	Nota
4 a)	4 b)	5 a)	5 b)		6 a)	6 b)	6 c)	Total B	

Criterios de evaluación: Rigurosidad en el manejo de operaciones algebraicas. Capacidad de comunicación en forma escrita, clara y precisa justificando paso a paso. Cada parte es una unidad de la materia y AMBAS PARTES TIENEN QUE ESTAR APROBADAS.

Nombre y apellido: **Documento:** **Carrera:**

PARTE A

▶ **1.** **2 puntos** Una compañía produce un compuesto químico y está preocupada por su contenido de impurezas. Se estima que el peso de las impurezas por lote se distribuye según una normal con media de 12.2 gramos y desviación estándar de 2.8 gramos. Se elige un lote al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga menos de 10 gramos de impurezas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga entre 12 y 15 gramos de impurezas?

c) Si se seleccionan 6 lotes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 2 de ellos contengan menos de 10 gramos de impurezas?

▶ **2.** **1.5 puntos** Las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias X e Y , número de enciclopedias vendidas por día por dos vendedores en diferentes zonas de una ciudad, son:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.4	θ_1	0.1

y	0	1	2
$P(Y=y)$	θ_2	0.3	0.2

Se asume que X e Y son independientes.

a) Encuentre los valores de θ_1 y θ_2.

b) Calcule $E(X)$, $Var(X)$, $Cov(X,Y)$.

c) Calcule la probabilidad de que, entre los dos vendedores, en un día vendan más de 3 enciclopedias.

▶ **3.** **1.5 puntos** Una persona tiene 5 monedas (todas equilibradas), dos de ellas con doble cara, otra con doble cruz y las otras dos normales. Toma al azar una de las monedas y la lanza al aire,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

b) Dado que salió cara, ¿Cuál es la probabilidad de que en el otro lado de la moneda también haya cara?

PARTE B

▶ 4. **1.5 puntos** Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria de la función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\beta x^3}{2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde $\beta \in [-1, 1]$.

a) Demuestre que la media muestral $\bar{X}$ no es un estimador insesgado de β.

b) Encuentre un estimador insesgado basado en momentos de β y luego, calcule su varianza.

▶ 5. **1.5 puntos** Un fabricante de una marca de baterías para automóvil asegura que sus baterías duran 3 años. El tiempo de duración promedio para una muestra aleatoria de 5 baterías fue de 2.8 años. Suponga que el tiempo de duración sigue una distribución normal.

a) Si con los datos de la muestra se construyó un intervalo de confianza del 95 % para la varianza poblacional que resultó [0.292, 6.735], ¿cuánto vale el desvío estándar muestral s_{n-1} para estos datos?

b) Construya un intervalo de 99 % de confianza para μ, la esperanza del tiempo de duración de las baterías.

▶ 6. **2 puntos** Un informe periodístico afirma que en Argentina menos del 50 % de los docentes universitarios, entre 55 y 64 años de edad, desea jubilarse al llegar a los 65 años. Para verificar esta afirmación se realizó una encuesta a 1000 docentes universitarios dentro de dicho grupo etario, seleccionados al azar, de los cuales 470 respondieron que desean jubilarse al cumplir 65 años.

a) Plantee las hipótesis adecuadas, construya la región de rechazo para un nivel de significación de 0.05 y concluya.

b) Calcule el P-valor asociado a esta prueba y en función de este valor tome una decisión a un nivel de significación de 0.01.

c) Construya un intervalo de 95 % de confianza para la verdadera proporción de docentes que desean jubilarse a los 65 años.