

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA -
INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

1	2	3	4	Total

Apellido y Nombre:

Carrera:

Justifique claramente todas sus respuestas.

Comisión:

Ejercicio 1 (25 pts).

Se desea realizar una obra donde ciertas líneas telefónicas sean subterráneas. Para su realización una compañía telefónica requiere que más del 75 % de estos clientes estén a favor de dicha obra, pues se efectuará con un cargo adicional en sus cuentas. De una muestra aleatoria de 200 personas resultaron 162 a favor de dicha obra. Considerando p la proporción verdadera de clientes a favor de dicha obra, entonces

- a) Dar un intervalo de confianza del 95 % para p .
- b) Determinar el menor tamaño de muestra necesario que deben seleccionarse para conseguir un intervalo de confianza de longitud a lo sumo 0.05 y de nivel de confianza 0.95, independientemente del valor de \hat{p} .

Ejercicio 2 (25 pts).

Se efectuaron 21 observaciones de resistencia a la fractura de placas base de 18% de acero maragizado al níquel obteniéndose un promedio y desviación estándar muestral de $\bar{x} = 77,53$ y $s_{n-1} = 5,07$ respectivamente. Suponga que la resistencia esta normalmente distribuida.

- a) Dar la estimación por máxima verosimilitud para:
 - i) la resistencia media de las placas (μ) y el desvío estándar poblacional (σ), para estas placas.
 - ii) El percentil 30 para la variable resistencia a la fractura de placas base de 18% de acero maragizado al níquel.
- b) Calcule un intervalo de confianza de 99% para la media poblacional (μ) de la distribución de resistencia a la fractura.
- c) Suponga ahora que el desvío poblacional es conocido con $\sigma = 5$. Para las siguientes hipótesis

$$H_0 : \mu = 80 \quad , \quad H_a : \mu < 80$$

- i) dar el estadístico de prueba y su distribución bajo H_0 .
- ii) definir la región de rechazo de nivel $\alpha = 0,05$ y tomar una decisión concluyendo en el contexto del problema.

Ejercicio 3 (25 pts).

Un ingeniero mide la cantidad (por peso) de cierto contaminante en muestras de aire recogidas sobre la chimenea de una central de energía eléctrica, que funciona con carbón. Sea X la cantidad de contaminante obtenido cuando no está en funcionamiento el dispositivo de limpieza en la chimenea e Y la cantidad de contaminante por muestra recogida cuando el dispositivo de limpieza esta trabajando. Considere la siguiente función de (X, Y) :

$$f(x, y) = \begin{cases} k & , \text{ si } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \text{ y } 2y \leq x \\ 0 & , \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- a) ¿Cuál es el valor de k que hace que f sea función densidad conjunta de (X, Y) ?
- b) Calcular $P(Y \geq X/3)$.

17 de noviembre de 2022

PARCIAL 2 - TEMA B

FaMAF-UNC

- c) Hallar las funciones de densidad marginal de X e Y . ¿Son estas variables independientes? Justifique su respuesta.
- d) Hallar la covarianza entre X e Y ($cov(X, Y)$).

Ejercicio 4 (25 pts).

Sea X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 2$) una muestra aleatoria con distribución exponencial de parámetro λ , cuya función densidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \text{ si } x > 0 \\ 0 & , \text{ en caso contrario.} \end{cases}$$

- a) Hallar los Estimadores por el Método de los Momentos y de Máxima Verosimilitud para $\theta = 1/\lambda$.
- b) Considere los siguientes estimadores para $\theta = 1/\lambda$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}, \quad \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_n}{2}$$

¿Cuáles de estos estimadores son insesgados para θ ? Justifique su respuesta.