

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA -
INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

1	2	3	4	Total

Apellido y Nombre:

Carrera:

Justifique claramente todas sus respuestas.

Comisión:

Ejercicio 1 (25 pts).

Se sabe que la altura en jóvenes sigue una distribución normal y además si practica atletismo (X) tiene un valor medio y desviación estándar de 1.7m y 0.06m respectivamente mientras que en no atletas (Y) tiene un valor medio y desviación estándar de 1.65m y 0.06m respectivamente. Se seleccionaron dos muestras aleatorias independientes de 16 jóvenes atletas y 16 no atletas.

- Calcular la probabilidad de que el promedio de las alturas en jóvenes atletas supere 1.65m.
- Calcular la probabilidad de que el promedio de las alturas en jóvenes no atletas sea a lo sumo 1.68m.
- Determinar la distribución de la diferencia entre los promedios de las alturas en jóvenes atletas y no atletas.
- Calcular la probabilidad de que el promedio de las alturas en jóvenes atletas supere al promedio de las alturas en jóvenes no atletas.

Ejercicio 2 (25 pts).

Se propone un nuevo método para la fabricación de cerámicos, con el fin de disminuir el tiempo de horneado. Se seleccionaron al azar 10 cerámicos fabricados con el nuevo método, registrándose el tiempo de horneado para cada uno. Los valores resúmenes obtenidos (en minutos) fueron: $\bar{x} = 148$, $s_n = 8,4$

Suponga que la muestra aleatoria proviene de una distribución normal con desvío $\sigma = 8$.

- Dar un intervalo de confianza del 98 % para el tiempo medio de horneado con el nuevo método.
- Se sabe que con el método tradicional de fabricación de cerámicos el tiempo medio de horneado es de 130 minutos. ¿Existe una disminución significativa del tiempo medio de horneado con el nuevo método respecto del tradicional? Para responder esta pregunta:
 - Plantear las hipótesis adecuadas
 - Dar el estadístico de prueba y su distribución bajo H_0
 - Concluya en el contexto del problema al 1 %.
- ¿Puede dar estimaciones por máxima verosimilitud del valor medio poblacional y la varianza poblacional?. En caso afirmativo, dé las estimaciones correspondientes.

Ejercicio 3 (25 pts).

Un comercio desea tener una idea de cuál es la verdadera proporción (p) de clientes a favor de un cambio de horario en la atención al público. Se seleccionó una muestra aleatoria de 360 clientes de los cuales 290 estaban a favor del cambio de horario en la atención al público.

- Dar un intervalo de confianza del 98 % para p .
- Determinar el menor tamaño de muestra necesario que deben seleccionarse para conseguir un intervalo de confianza de longitud a lo sumo 0.01 y de nivel de confianza 0.98, independientemente del valor de \hat{p} .

Ejercicio 4 (25 pts).

Sea X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 2$) una muestra aleatoria con distribución Uniforme en el intervalo $[0; \theta]$, con $\theta > 0$.

- a) Encontrar el estimador por el método de los momentos para θ .
- b) El estimador obtenido ¿es insesgado para θ ?
- c) ¿Cuánto vale la varianza del estimador obtenido en el ítem a)?

Ayuda: Si $X \sim U[a; b]$, entonces $E(X) = \frac{a+b}{2}$ y $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$