Probabilidad y Estadística - Introducción a la Probabilidad y Estadística

1	2	3	4	Total
12 / 13	15 / 10	25	15 / 7	97

10 (diez)

Apellido y Nombre: ACHÁVAL BERZERO TOMÁS **Carrera:** LCC

Justifique claramente todas sus respuestas.

Ejercicio 1. Sean X e Y variables aleatorias con función de densidad de probabilidad conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{5} + c.y, & \text{si } 0 < x < 1,\ 1 < y < 5 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

a) Encontrar el valor de c.

b) Encontrar las funciones de densidad marginal f_X y f_Y.

c) ¿Son X e Y independientes?.

d) Encontrar la $P(X+Y>3)$.

Ejercicio 2. Se seleccionaron aleatoriamente 10 paquetes de galletas rotuladas bajas en sodio de una marca particular. El promedio muestral y desviación estándar muestral (s_{n-1}) para la cantidad de sodio, obtenidas por cada 100 gr, fueron de 122,1 y 2,5 mg respectivamente. Suponga que la muestra proviene de una distribución normal.

a) Dar la estimación por máxima verosimilitud para:

✓ i) El contenido de sodio medio (μ) y el desvío estándar poblacional (σ), para esta marca de galleta.

✓ ii) El percentil 80 para la variable contenido de sodio para esta marca de galletas.

b) Hallar un intervalo de confianza del 99 % para el contenido medio de sodio (μ) para esta marca de galletas.

Ejercicio 3. El artículo "Limited Yield Estimation for Visual Defect Sources" (IEEE Trans. on Semiconductor Manuf., 1997: 17-23) reportó que, en un estudio de un proceso de inspección de obleas particular, 356 troqueles fueron examinados por una sonda de inspección y 201 de éstos pasaron la prueba. Suponiendo un proceso estable:

a) Dar un intervalo de confianza aproximado del 95 % para la proporción de todos los troqueles que pasan la prueba (p).

b) Determinar el menor tamaño de muestra necesario que deben seleccionarse para conseguir un intervalo de confianza de longitud a lo sumo 0.05 y de nivel de confianza 0.95, independientemente del valor de $\hat{p}$.

Ejercicio 4. Sean $X_1,\ldots,X_n$ m.a. con distribución $\mathcal{P}(\lambda)$. Considere los siguientes estimadores para λ:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{X_1+\ldots+X_{n-1}}{n-1} \quad \text{y} \quad \hat{\lambda}_2 = \frac{X_1+\ldots+X_n}{n}$$

a) ¿$\hat{\lambda}_1$ es insesgado para estimar λ?. ¿Y $\hat{\lambda}_2$?.

b) i) Encuentre el error estándar de los estimadores $\hat{\lambda}_1$ y $\hat{\lambda}_2$.
ii) ¿Cuál de los dos estimadores es mejor para estimar λ?.

Ayuda: Recordar que $E(X_i) = \lambda$ y $V(X_i) = \lambda$