

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

(2019-2020 年 第二 学期)

2020-9-27

课程编号: 201912400202 课程名称: 工科数学分析(二) A 卷

一、单项选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = 0$, $\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = 0$, 则 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 是_____.

- (A) 连续且可微 (B) 连续但不一定可微
(C) 可微但不一定连续 (D) 不一定连续也不一定可微

2. 设函数 $f(x, y) = x^3 + 2y^2 - 3x + 4$, 则函数 $f(x, y)$ _____.

- (A) 有两个极大值点 (B) 有两个极小值点
(C) 有一个极大值点, 无极小值点 (D) 有一个极小值点, 无极大值点

3. 设 $I_1 = \iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, $I_2 = \iint_D \cos(x^2 + y^2) d\sigma$, $I_3 = \iint_D \cos(x^2 + y^2)^2 d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则_____.

- (A) $I_3 > I_2 > I_1$ (B) $I_1 > I_2 > I_3$
(C) $I_2 > I_3 > I_1$ (D) $I_3 > I_1 > I_2$

4. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 为一交错级数, 则_____.

- (A) 该级数必收敛 (B) 该级数必发散
(C) 该级数可能收敛也可能发散 (D) 若 $a_n \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$, 则该级数必收敛

5. 设 $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ 是方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) (f(x) \neq 0)$ 的三个特解, 则它必有一个特解为_____.

- (A) $-y_1(x) - y_2(x) - y_3(x)$ (B) $y_1(x) - y_2(x) - y_3(x)$
(C) $y_1(x) + y_2(x) - y_3(x)$ (D) $y_1(x) + y_2(x) + y_3(x)$

二、填空题(每小题 3 分, 共 30 分)

1. 已知 $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 1}} \left(1 + \frac{ay}{x+y}\right)^{x+y} = e^3$, 则 $a =$ _____.2. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z = e^{2x-z} + 2y$ 确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.3. 曲面 $x^2 + y^2 + z = 9$ 在点 $(1, 2, 4)$ 处的切平面方程为_____.4. 已知 $u = xy^2 - yz^3$, 则 $\operatorname{div}(\operatorname{grad} u) =$ _____.5. 设 L 为连接 $A(1, 0)$ 与 $B(0, 1)$ 两点的直线段, 则 $\int_L (x+y) ds =$ _____.6. 设曲面 $\Sigma: |x| + |y| + |z| = 1$, 则曲面积分 $\oiint_{\Sigma} (x+|y|) dS =$ _____.7. 球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ 内各点处的密度大小等于该点到点 $(R, 0, 0)$ 距离的平方, 此球体的重心坐标为_____.8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$, 则它的傅里叶展开式中的 $a_n =$ _____.9. 设函数 $y = y(x)$ 满足微分方程 $e^x dx - 3y^2 dy = 0$ 并且 $y(1) = e$, 则 $y(3) =$ _____.10. 微分方程 $xy'' + 3y' = 0$ 满足初始条件 $y(1) = 1, y'(1) = -2$ 的特解为_____.

三、计算题（每小题 8 分，共 40 分）

1. 设 $z = f(xy, \frac{x}{y}) + \sin y$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.
2. 计算曲线积分 $\oint_L (2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy$, 其中 L 是由抛物线 $y = x^2$ 及 $y^2 = x$ 所围成的区域的正向边界曲线.
3. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, 其中 Σ 是 $x^2 + y^2 = z^2 (0 \leq z \leq a)$ 的外侧.
4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域与和函数.
5. 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = xe^x$ 的通解.

四、应用题（9 分）

某造船厂要生产大型客货轮, 其中客货轮产量分别为 x 台和 y 台, 成本函数为 $C(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy$ (千万元), 经市场调查分析, 需生产客货轮共 8 艘, 求如何安排生产, 使得总成本最少? 最小成本为多少?

五、证明题（6 分）

设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n-1})$ 收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n (b_n \geq 0)$ 收敛, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 绝对收敛.