

第4章 齿轮机构

本章教学内容

- 齿轮机构的分类
- 齿廓啮合基本定律
- 渐开线及渐开线齿廓
- 渐开线标准直齿圆柱齿轮的主要参数和标准齿轮的尺寸
- 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动
- 渐开线齿廓的切齿原理

本章重点

★ 渐开线圆柱齿轮外啮合传动的基本理论和设计计算。

§ 4-1 齿轮机构的分类



- **结构特点：**圆柱体或圆锥体外（或内）均匀分布有大小一样的**轮齿**。
- **作用：**传递空间任意两轴（**平行、相交、交错**）的旋转运动，或将转动转换为移动。**应用实例**

第4章 齿轮机构

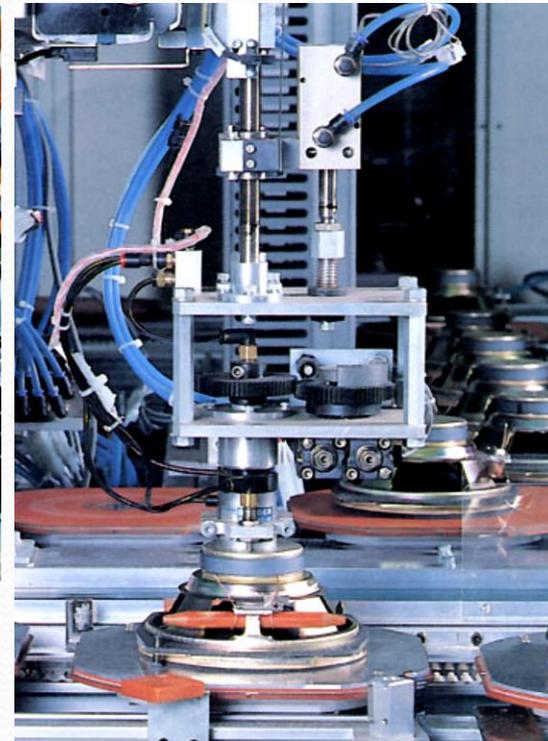
齿轮机构是现代机械中应用最为广泛的一种传动机构，可以用来传递空间任意两轴间的运动和动力。传动准确、平稳、机械效率高、寿命长、工作安全可靠。



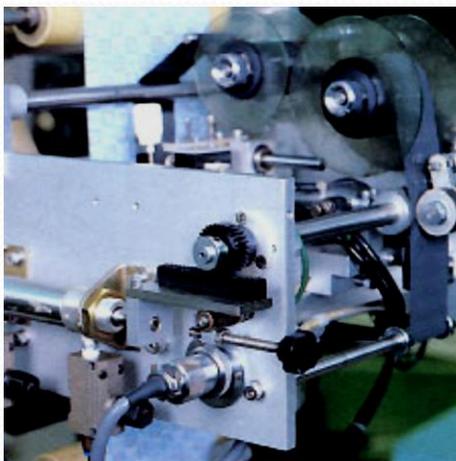
CNC机的零件处理设备



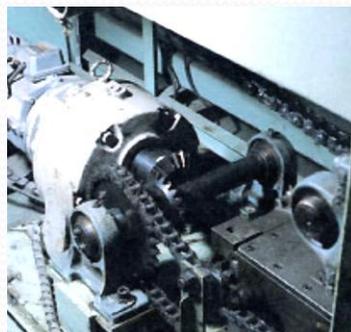
自动化包装机



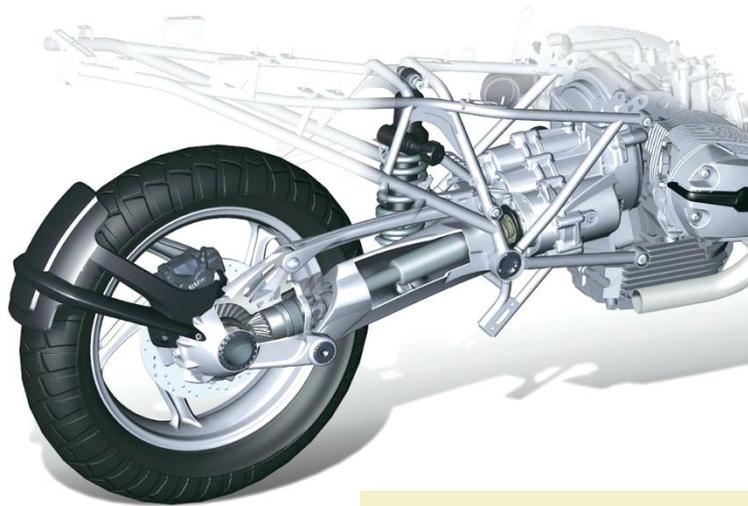
自动化电子元件组合机



标签印刷机

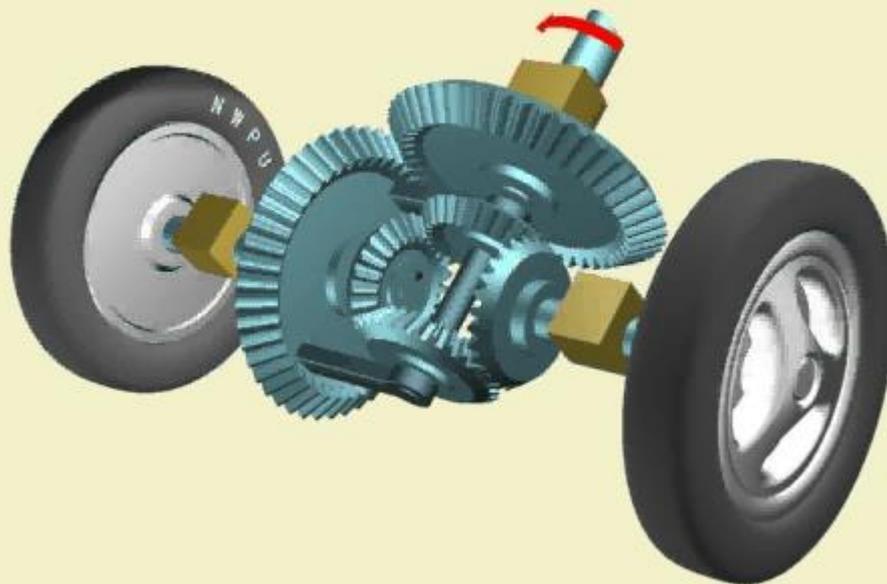


自动化生产线的组件

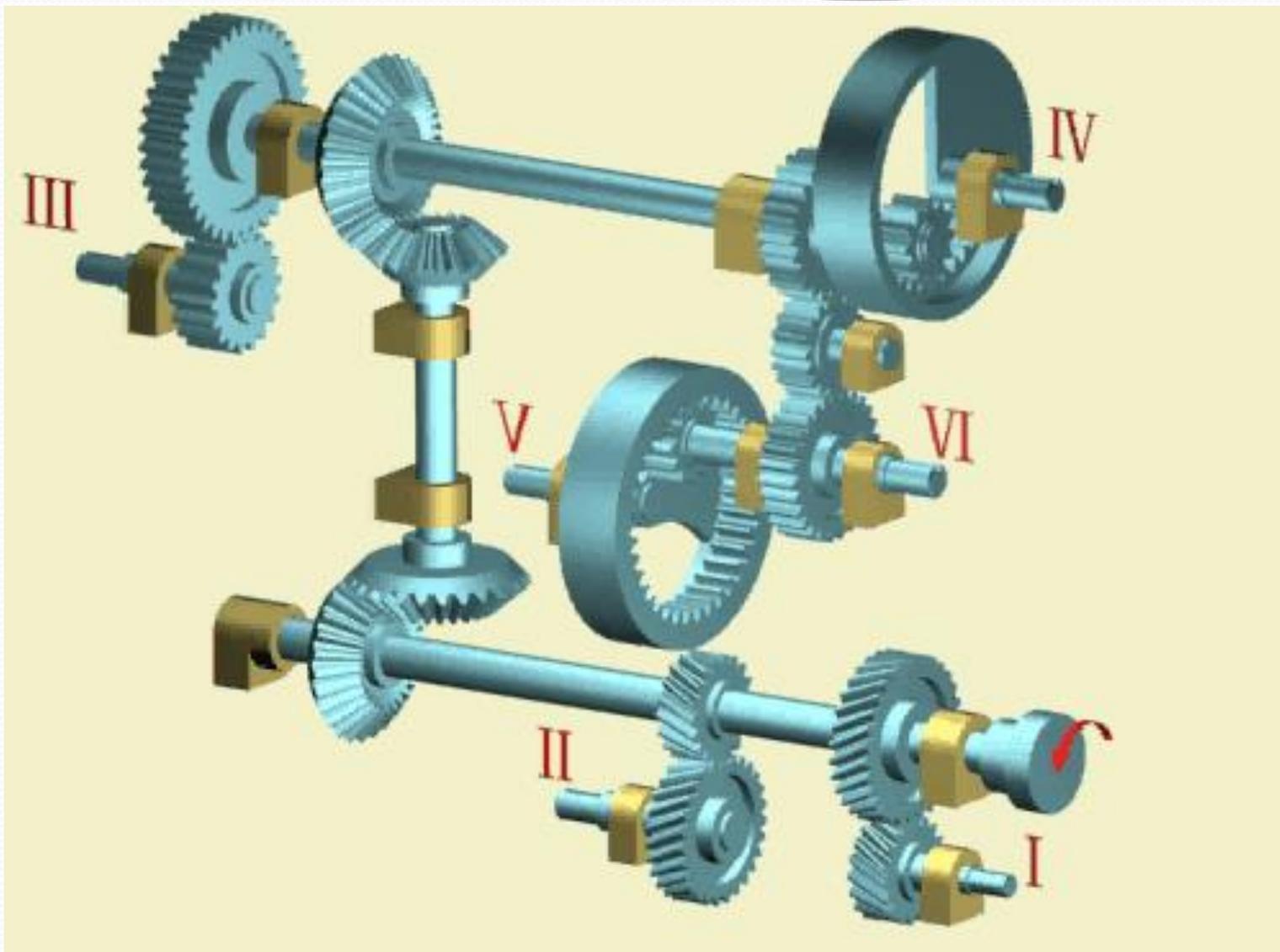


各种车辆的驱动系统

直线行驶



实现分路传动



➤ 优点:

- 1) 传动比准确、传动平稳;
- 2) 圆周速度大, 高达**300 m/s**;
- 3) 传动功率范围大, 从几瓦到**10万千瓦**;
- 4) 效率高($\eta \rightarrow 0.99$)、使用寿命长、工作安全可靠;
- 5) 可实现平行轴、相交轴和交错轴之间的传动。

➤ 缺点:

- 1) 要求较高的制造和安装精度;
- 2) 加工成本高;
- 3) 不适宜远距离传动(如单车)。

齿轮机构的类型

齿轮传动的类型

按相对运动分

平面齿轮传动
(轴线平行)

圆柱齿轮

直齿

斜齿

外齿轮传动

内齿轮传动

齿轮齿条传动

非圆柱齿轮

人字齿

直齿

斜齿

曲线齿

空间齿轮传动
(轴线不平行)

两轴相交

圆锥齿轮

球齿轮

两轴交错

蜗轮蜗杆传动

交错轴斜齿轮

准双曲面齿轮

按齿廓曲线分

渐开线齿轮(1765年)

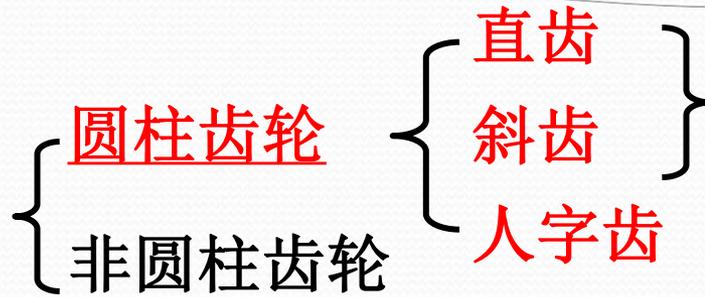
摆线齿轮(1650年)

圆弧齿轮(1950年)

抛物线齿轮(近年)

按传动比分：圆形齿轮、非圆形齿轮传动。

平面齿轮传动
(轴线平行)



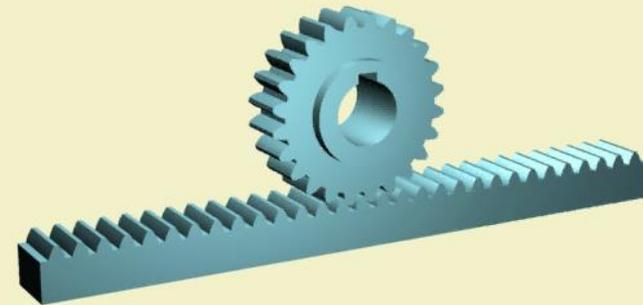
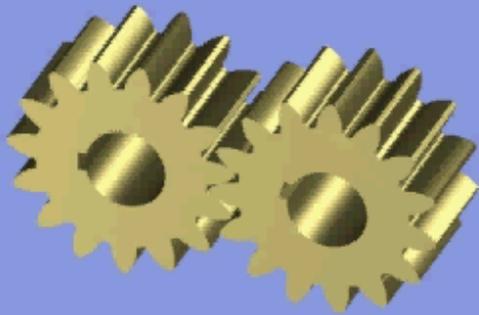
外齿轮传动
内齿轮传动
齿轮齿条传动

► 直齿圆柱齿轮:

外啮合齿轮传动

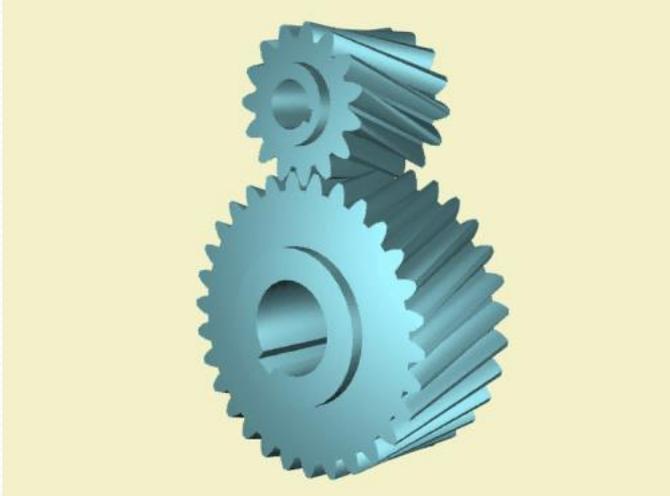
内啮合齿轮传动

齿轮与齿条传动

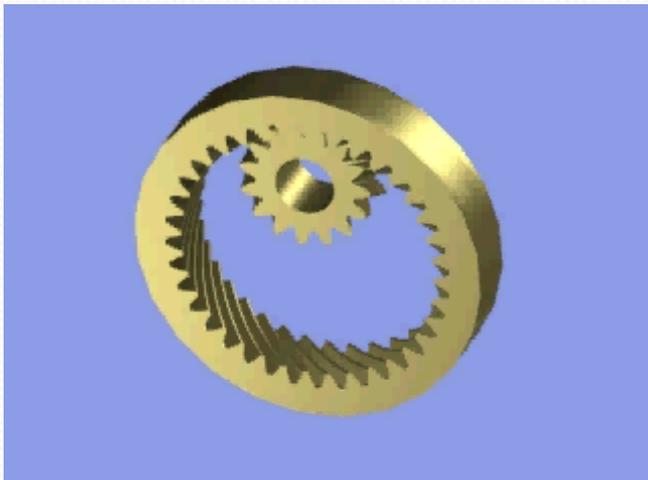


▶ 斜齿圆柱齿轮:

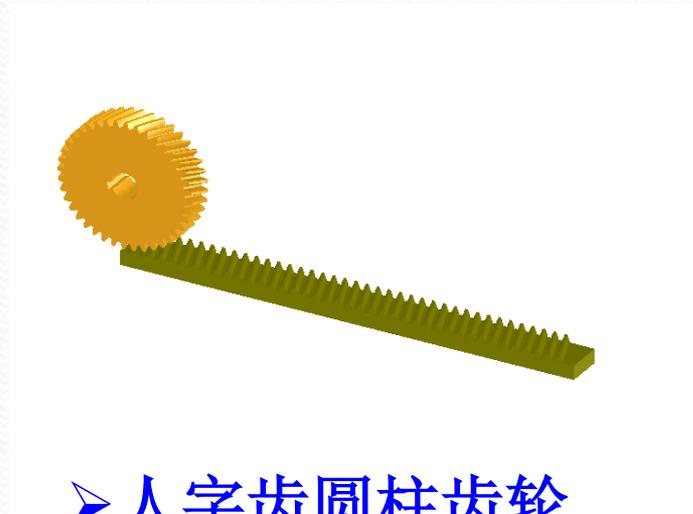
外啮合斜齿轮传动



内啮合斜齿轮传动



齿轮与齿条传动



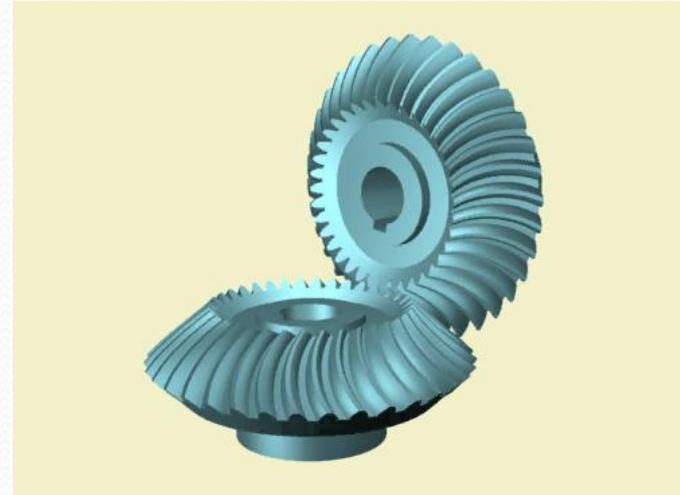
▶ 人字齿圆柱齿轮



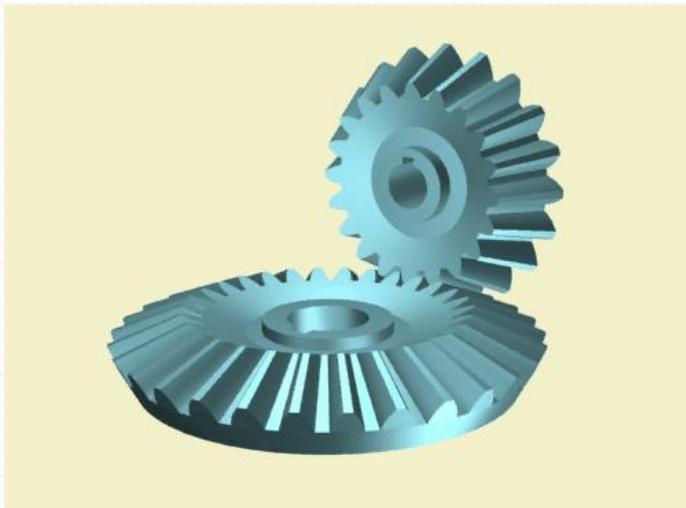
空间齿轮传动
(轴线不平行)



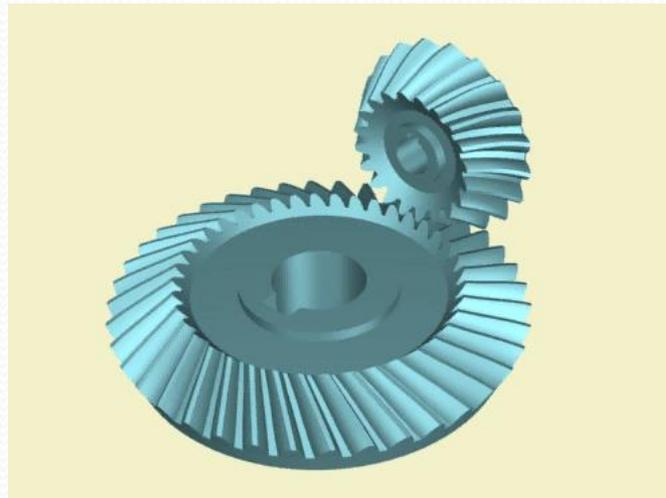
曲齿圆锥齿轮



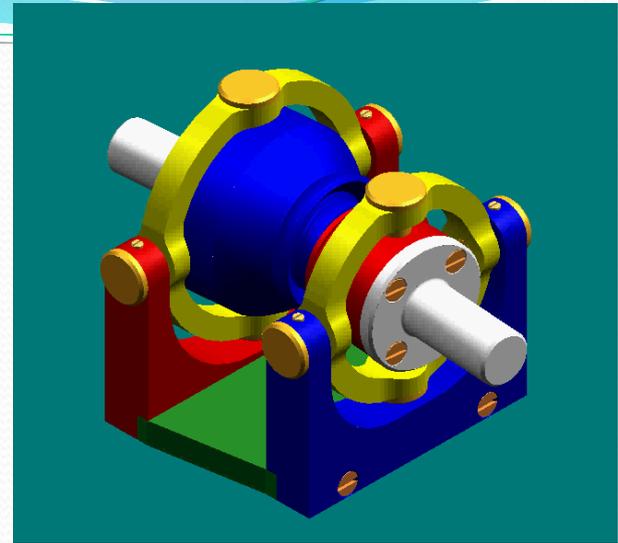
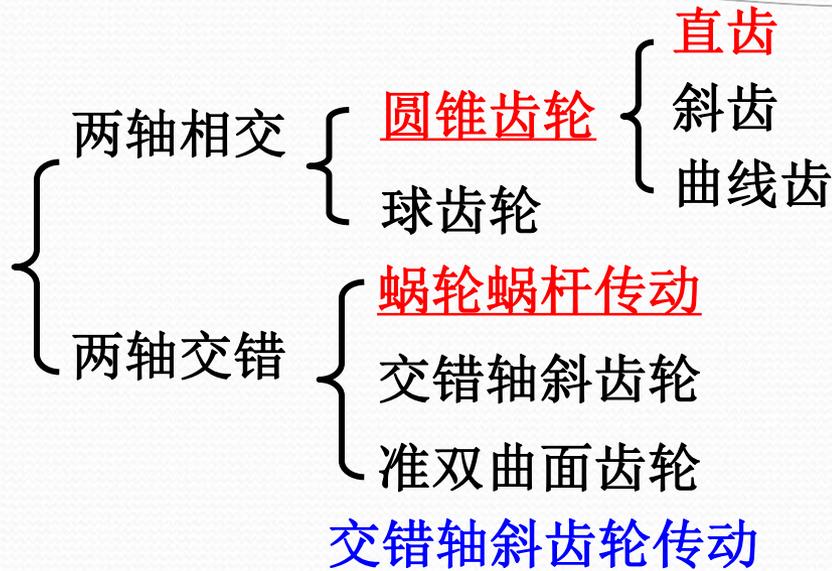
直齿圆锥齿轮



斜齿圆锥齿轮



空间齿轮传动 (轴线不平行)



球齿轮传动

准双曲面齿轮传动

蜗轮蜗杆传动



§ 4-2 齿廓啮合基本定律

- ▶ **工作原理：** 依靠主动齿轮轮齿的齿廓推动从动齿轮轮齿的齿廓来实现运动传递的。
- ▶ **啮合：** 两条齿廓线相互接触。
- ▶ **传动比：** 两齿轮的瞬时角速度之比。 $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$



一、齿廓啮合基本要求

基本要求：保证瞬时传动比恒定。 $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$

问题：若传动比 i_{12} 变化会有什么影响？

齿廓形状影响传动性能，若传动比变化 → 从动轮转速不均匀 → 惯性力、振动、噪音 → 传动精度。

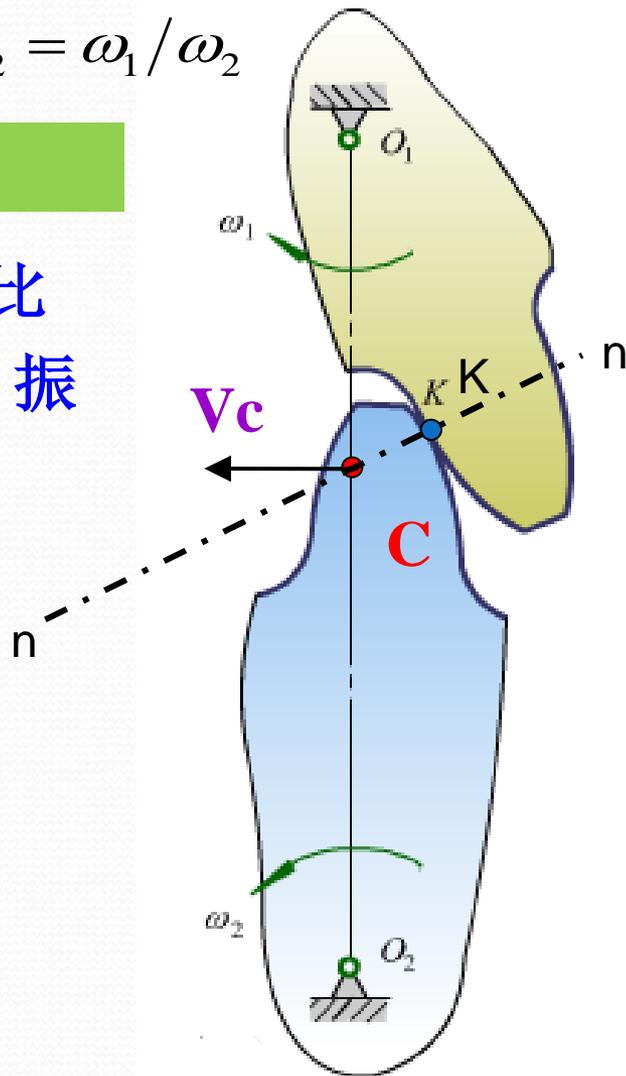
任一瞬时（任意点 K 接触）的传动比：

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = ? !$$

C点?



瞬心 C_{12}



二. 齿廓啮合的基本定律

互相啮合的一对齿轮在任一位置时的传动比，都与连心线 O_1O_2 被其啮合齿廓在接触处的公法线所分成的两段成反比。

——齿廓啮合基本定律

根据三心定律可知：**C**点为相对瞬心。

$$\because V_c = \omega_1 \cdot \overline{O_1C} = \omega_2 \cdot \overline{O_2C}$$

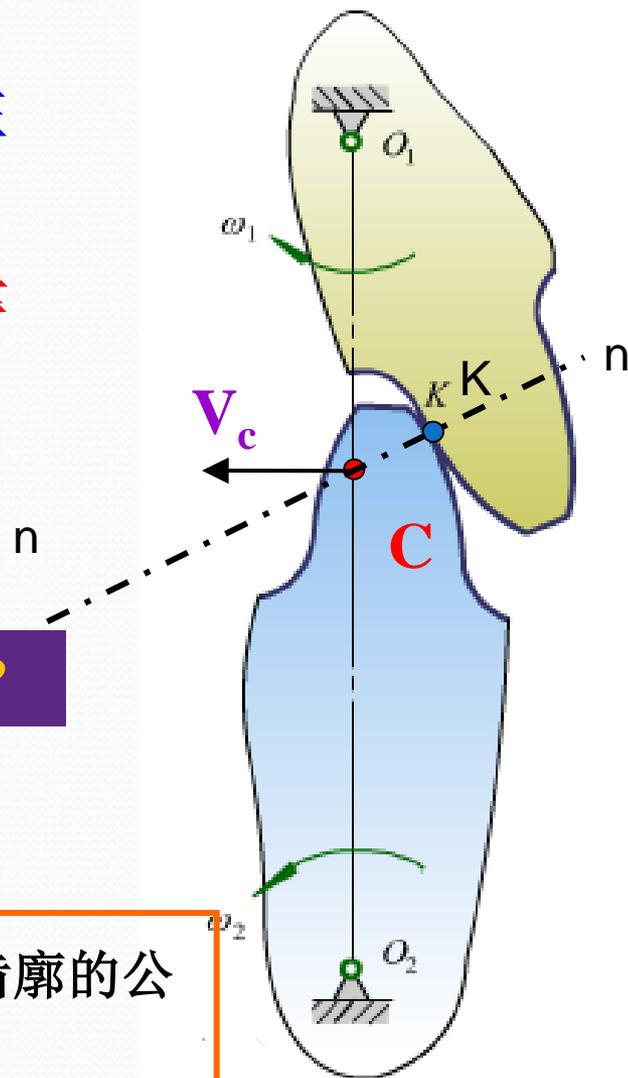
$$\therefore i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}}$$

传动比为常数的条件？

——**C**为固定点

推论——传动比恒定的条件

不论两齿廓在何位置接触，过其接触点所作两齿廓的公法线均须与连心线交于一**固定的点C**（节点）



三、相关概念

1. 节点

即两齿轮的
相对瞬心

两齿廓接触点公法线 nn 与两轮连心线 O_1O_2 的交点 C 。

2. 节圆

过节点所作的两个相切的圆。

传动时两节圆作何运动？为什么？

两节圆作纯滚动。因为节点 C 是两轮的同速点，即 $V_{c1} = V_{c2}$ ，在 C 点没有相对速度。

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r'_2}{r'_1}$$

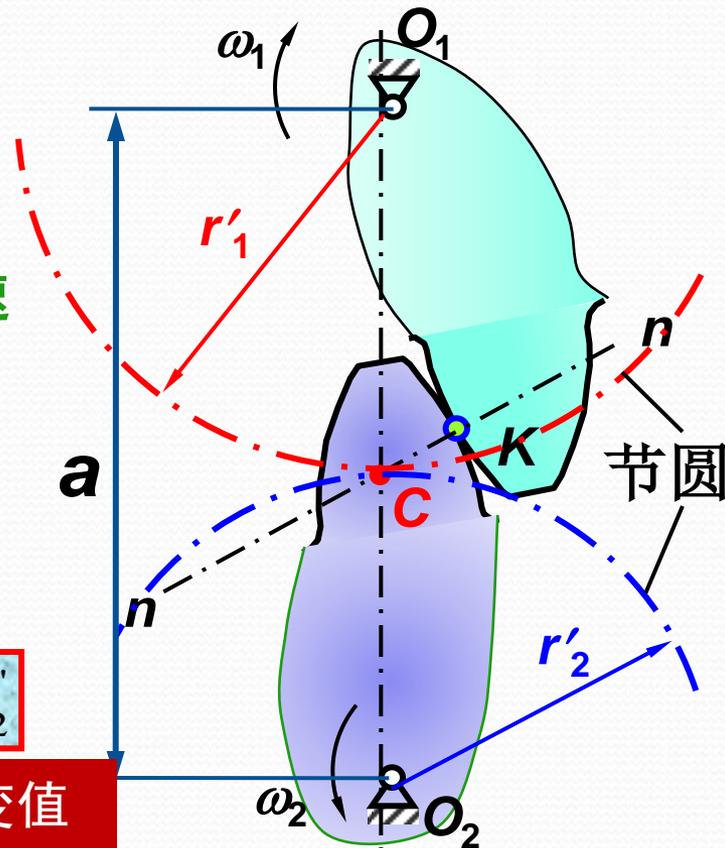
3. 中心距 a

两齿轮转动中心距离。

$$a = r'_1 + r'_2$$

当中心距一定时，两节圆半径在传动中是变值还是定值？节圆在描述齿轮传动中有何意义？

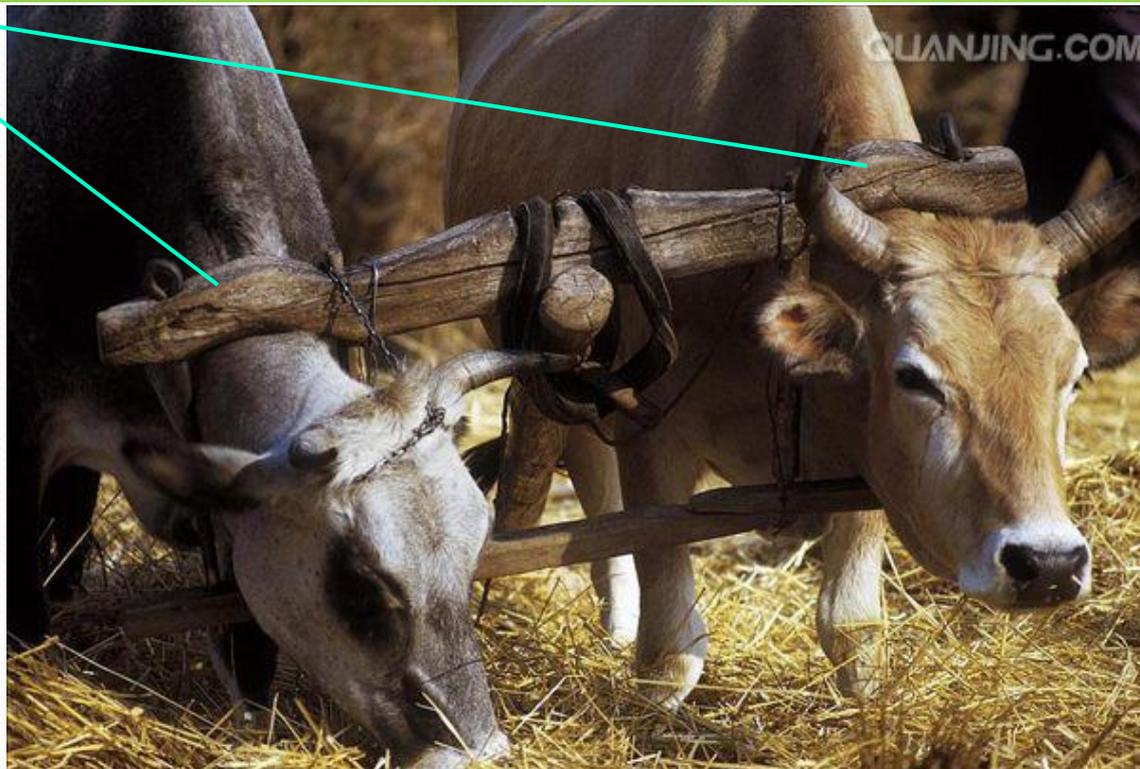
定值，所以一对定传动比齿轮传动，相当于一对节圆作纯滚动。



四、齿廓曲线的选择——共轭齿廓

➤ **共轭齿廓**：凡满足齿廓啮合基本定律的一对齿轮的齿廓。

轭：两头牛背上的架子称为轭，轭使两头牛同步行走。



➤ **共轭**：按一定的规律相配的一对。

➤ **共轭曲线**：共轭齿廓的齿廓曲线。

§ 2 齿廓啮合基本定律

第4章 齿轮机构

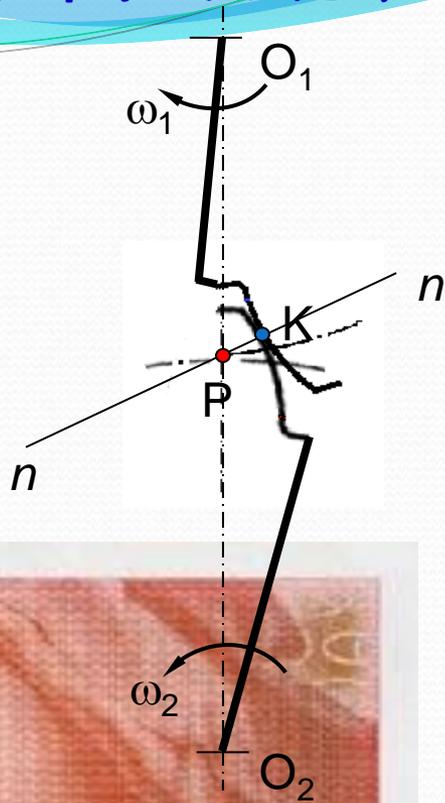
常用共轭齿廓曲线:

摆线齿廓 (1650年)

渐开线齿廓 (1765年)

圆弧线齿廓 (1950年)

抛物线齿廓 (近年)



十元瑞士法郎

SCHWEIZERISCHE NATIONALBANK
BANCA NAZIUNALA SVIZRA



§ 4-3 渐开线及渐开线齿廓

一. 渐开线及其性质

1. 渐开线的形成:

当一直线 BK 沿半径为 r_b 的圆作纯滚动时, 该直线上任一点 K 的轨迹就是该圆的渐开线。

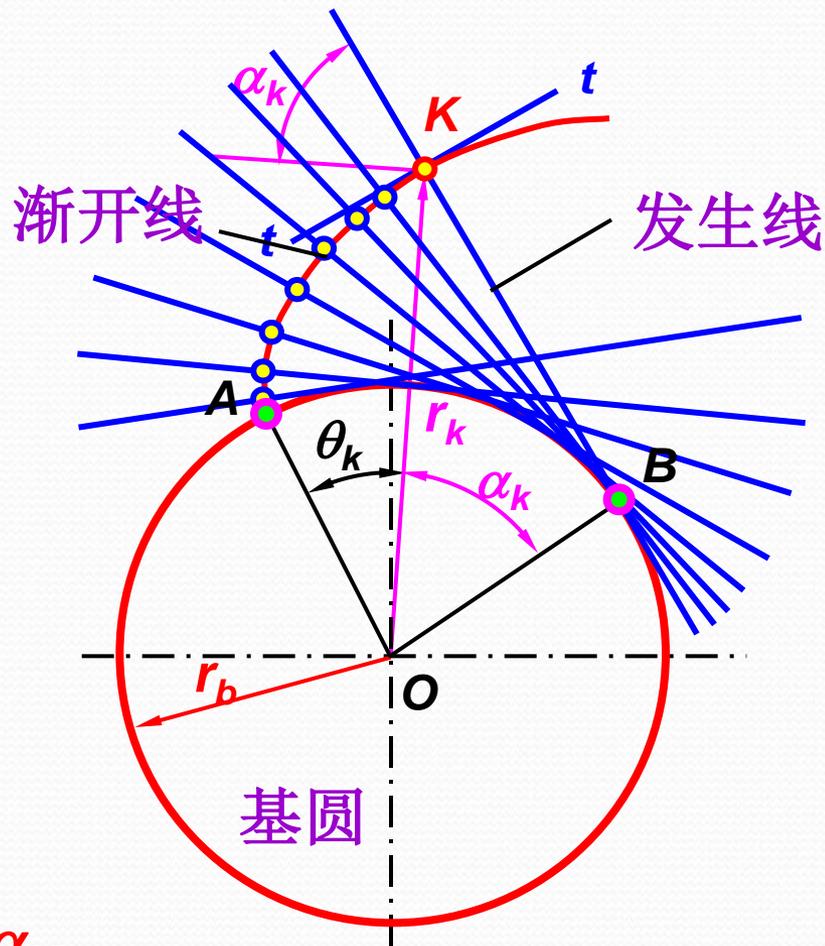
基圆 r_b

发生线 BK

展角 θ_K

向径 r_K —— $r_K = OK$

曲率半径 ρ_K —— $\rho_K = BK$ 压力角 α_K



★ 2. 渐开线的特性

1) 发生线沿基圆滚过的长度，等于基圆上被滚过的圆弧长度，即：

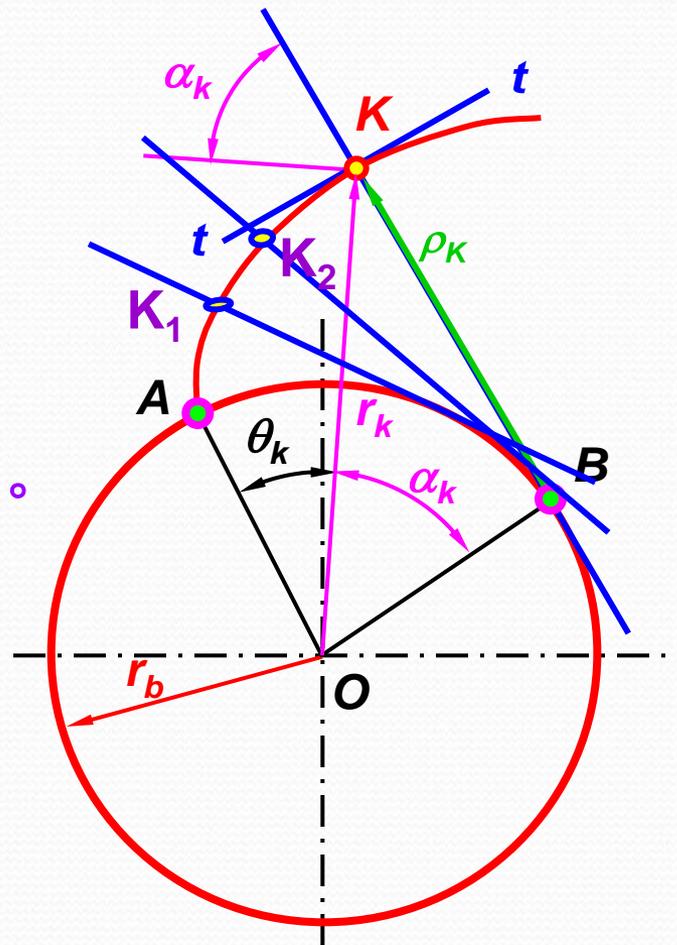
$$\widehat{AB} = \overline{BK}$$

2) 渐开线上任意点的法线必切于基圆。

3) 渐开线齿廓上某点的法线与该点的速度方向所夹的锐角 α_k 称为该点的压力角。

$$\cos \alpha_k = \frac{OB}{OK} = \frac{r_b}{r_k}$$

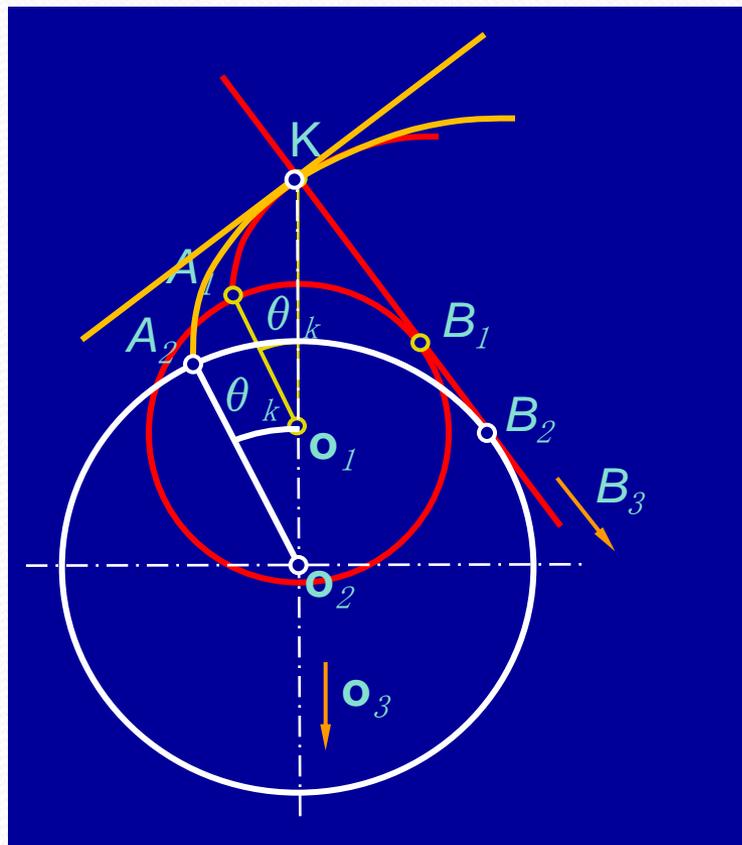
渐开线齿廓上各点压力角不等， $\rightarrow r_k \uparrow \alpha_k \uparrow$



4) 渐开线的形状取决于基圆 r_b 大小。

$r_b \rightarrow \infty$ 渐开线 \rightarrow 直线 \rightarrow 齿条

5) 基圆内无渐开线。



顺口溜

弧长等于发生线，
基圆切线是法线，
曲线形状随基圆，
基圆内无渐开线。

二. 渐开线齿廓

1. 啮合线为一定直线

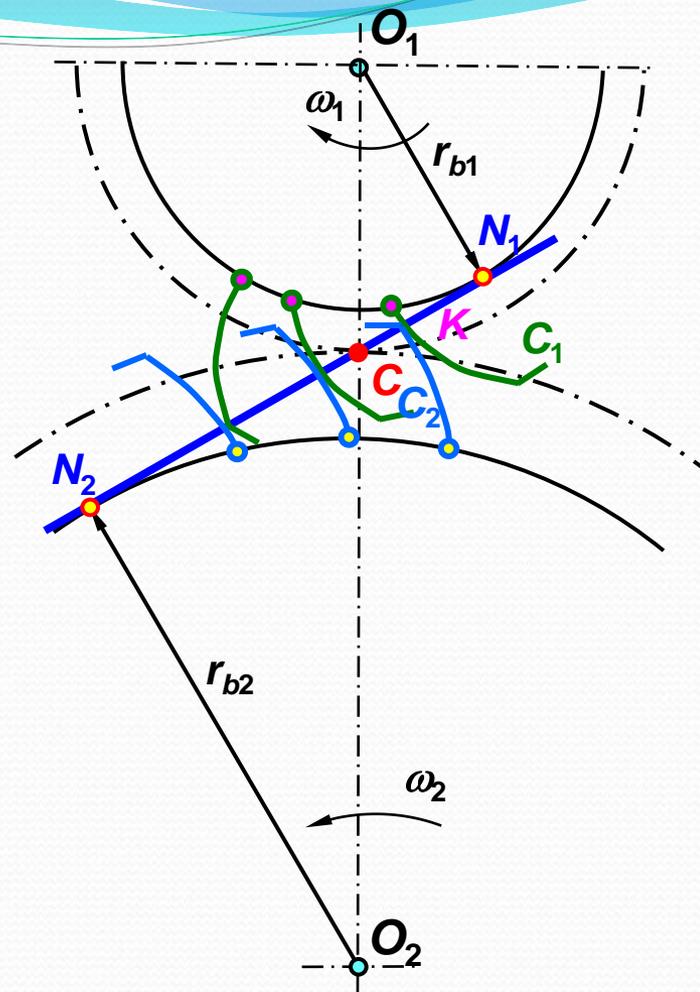
▶ **啮合线**：啮合点的轨迹线。

过 K 作两齿廓的公法线 N_1N_2 ，为两齿轮啮合点的轨迹——**理论啮合线**

渐开线性质

理论啮合线 N_1N_2 必同时与两轮的基圆相切，且即为其内公切线，又为力作用线，在齿轮啮合过程中，其位置、方向均不变，**为一定直线**。

N_1N_2 与 O_1O_2 的交点 C (**节点**) 为一定点。



渐开线齿廓啮合线、公法线及两基圆的公切线等三线重合。

2. 渐开线齿廓能满足定传动比传动

理论啮合线 N_1N_2 与 O_1O_2 的交点 C (节点) 为一定点。在齿轮啮合过程中, 其位置、方向均不变。

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \text{常数}$$

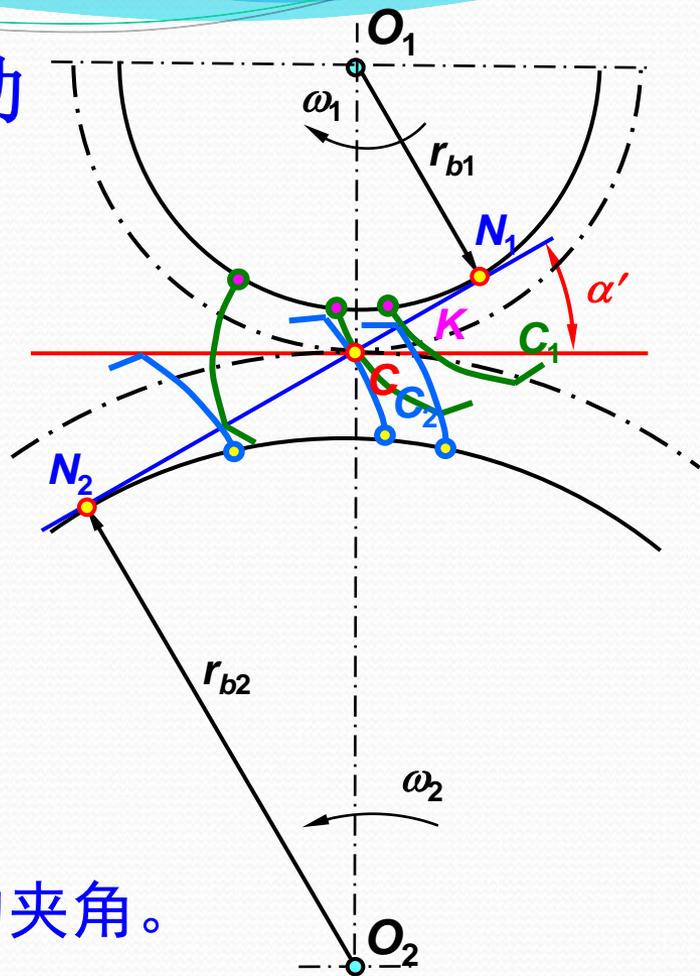
传动比恒定

3. 渐开线齿廓啮合的啮合角不变

▶ 啮合角 α' : 啮合线与节圆公切线之间的夹角。

问题: 啮合角 α' 在数值上与哪个角相等?

啮合角 α' 恒等于就是节圆上的压力角。



渐开线齿廓的理论啮合线和啮合角始终不变, 故齿廓间正压力方向不变, 传动平稳。

4. 渐开线齿廓啮合具有可分性

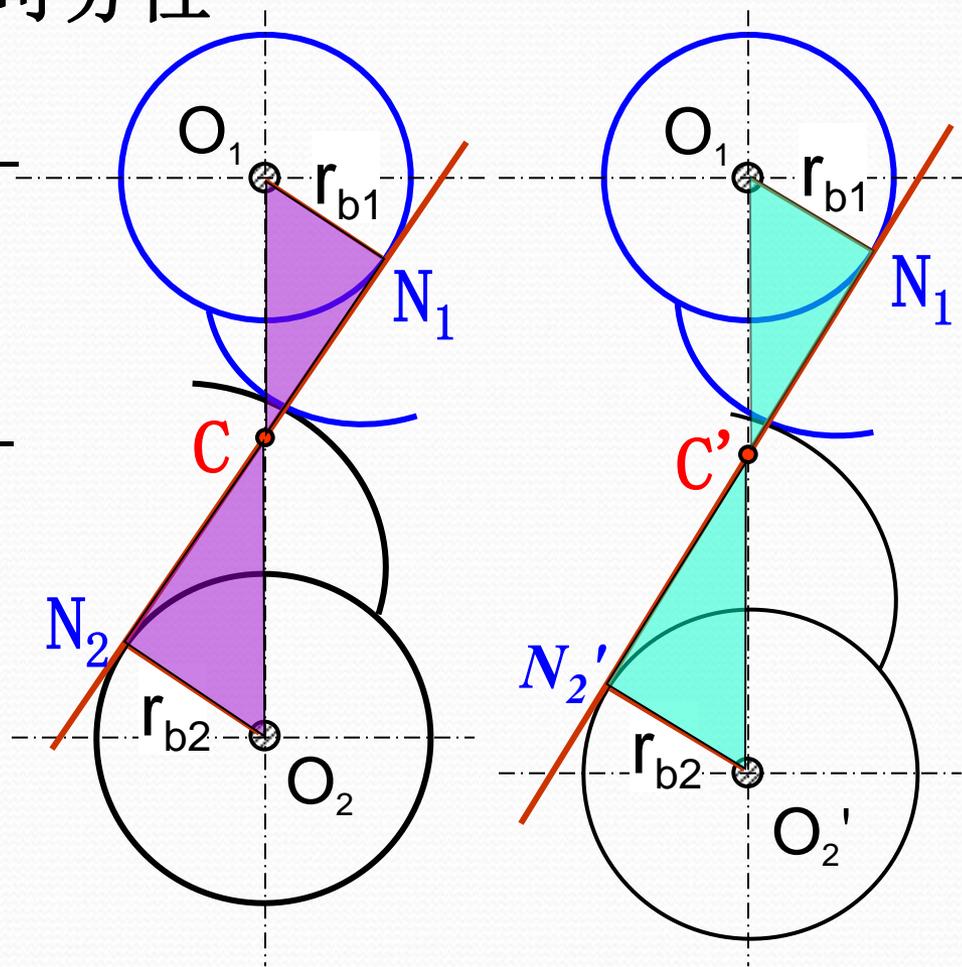
$$i_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

若中心距略有误差

$$i'_{12} = \frac{w_1}{w_2'} = \frac{\overline{O_2'C}}{\overline{O_1C}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

$$\therefore i_{12} = i'_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

渐开线齿轮的传动比取
决于两轮基圆半径比。



实际安装中心距略有变化时，不影响 i_{12} ，这一特性称为运动可分性。

§ 4-4 渐开线标准直齿圆柱齿轮的主要参数和标准齿轮尺寸

一. 外齿轮

1. 各部分名称和符号

齿顶圆 d_a 、 r_a

齿根圆 d_f 、 r_f

齿厚 s_i

齿槽宽 e_i

齿距 (周节) $p_i = s_i + e_i$

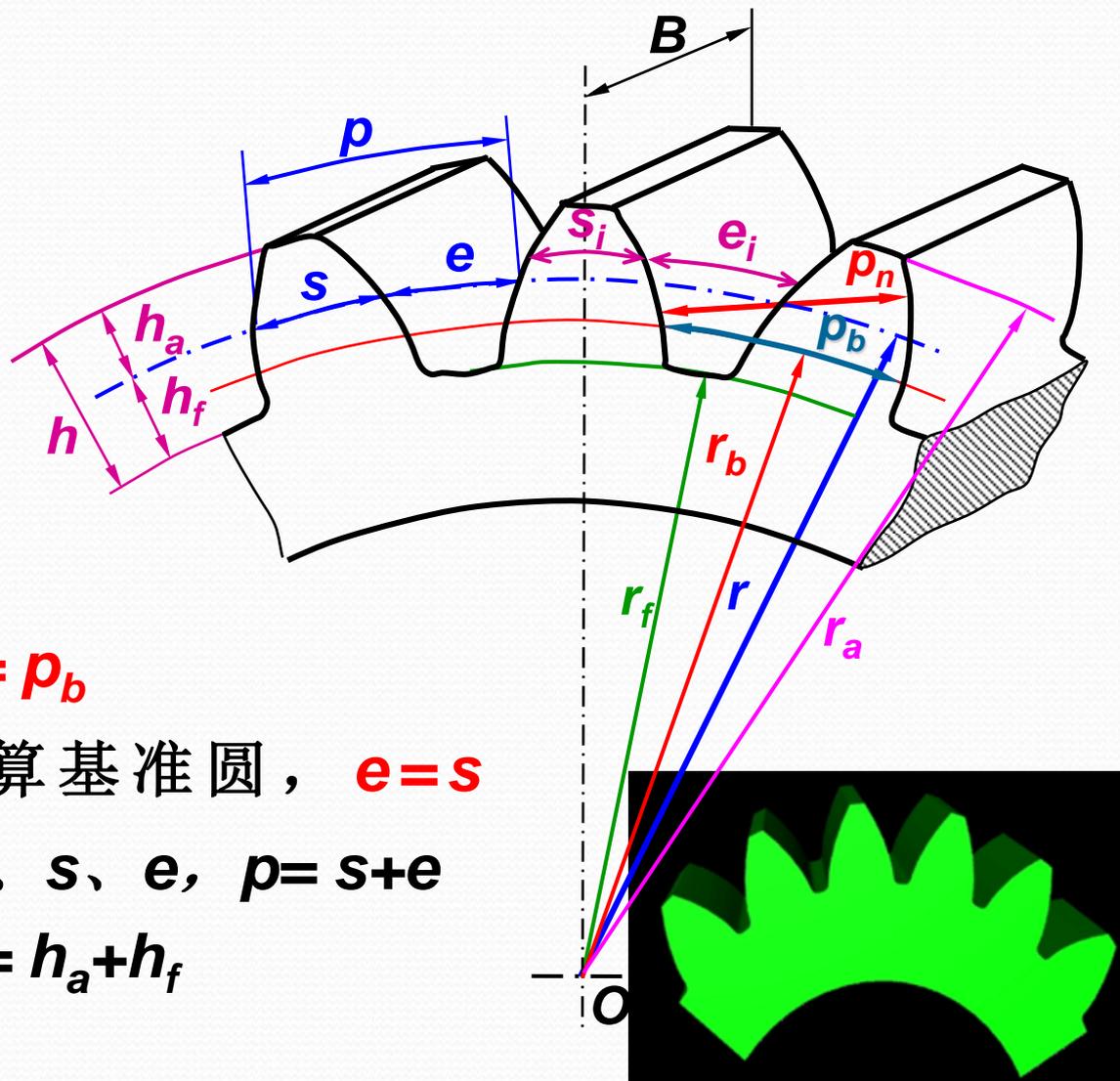
法向齿距 (周节) $p_n = p_b$

分度圆 —— 规定的计算基准圆, $e = s$

表示符号: d 、 r 、 s 、 e , $p = s + e$

齿顶高 h_a 齿全高 $h = h_a + h_f$

齿根高 h_f 齿宽 B



2. 齿轮的基本参数

1) 齿数 Z

2) 模数 m

分度圆周长 $l = \pi d = z \cdot p$

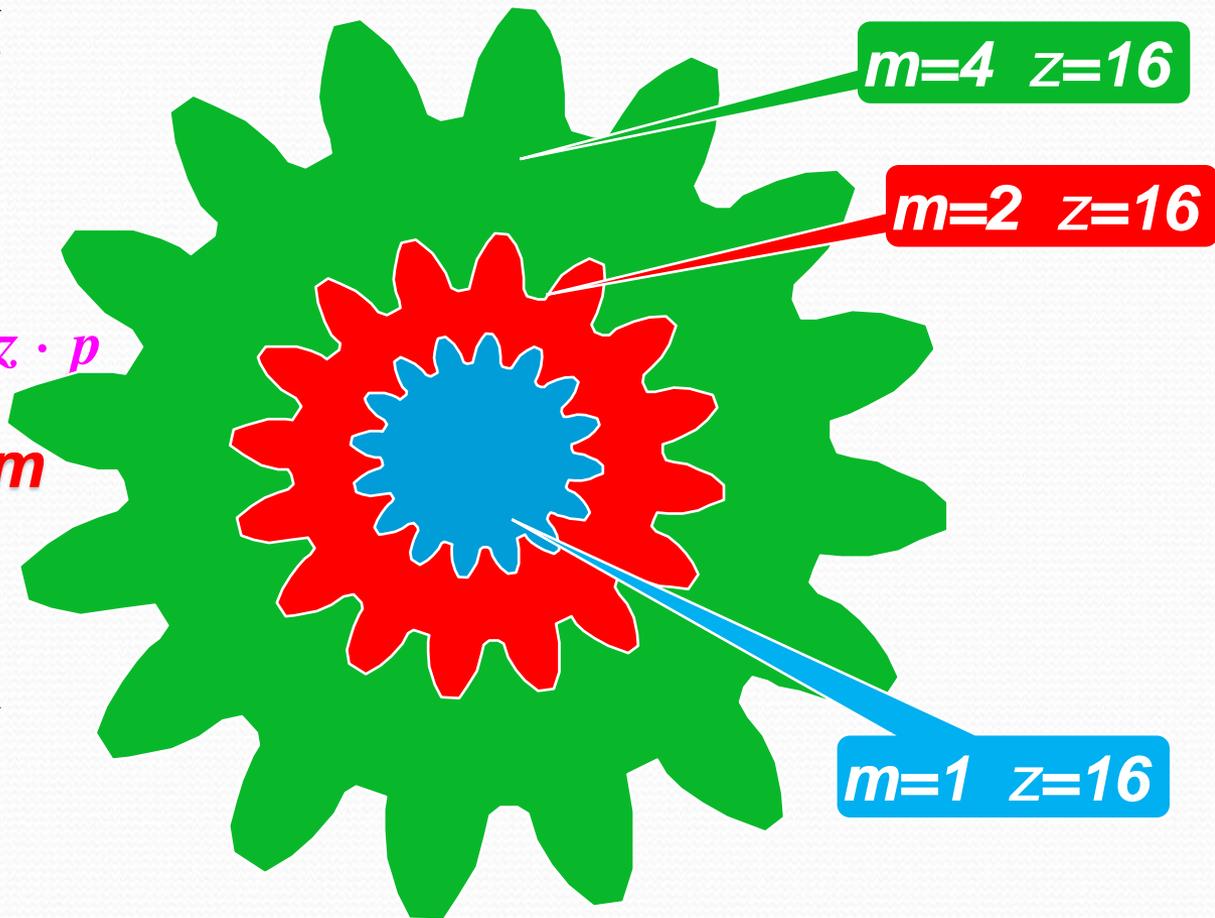
$\rightarrow d = z \cdot \frac{p}{\pi}$
模数 m

人为规定： p/π 只能取某些简单值

$$\therefore d = mz; p = \pi m$$

$$\therefore e = s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$$

模数的单位： mm



模数是决定齿轮尺寸的一个基本参数。齿数相同的齿轮，模数大，尺寸也大。

为了便于制造、检验和互换使用，国标**GB1357-87**规定了标准模数系列。

标准模数系列表（GB1357—87）

	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.5	0.4	0.5	0.6	0.8
第一系列	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8
	10	12	16	20	25	32	40	50		

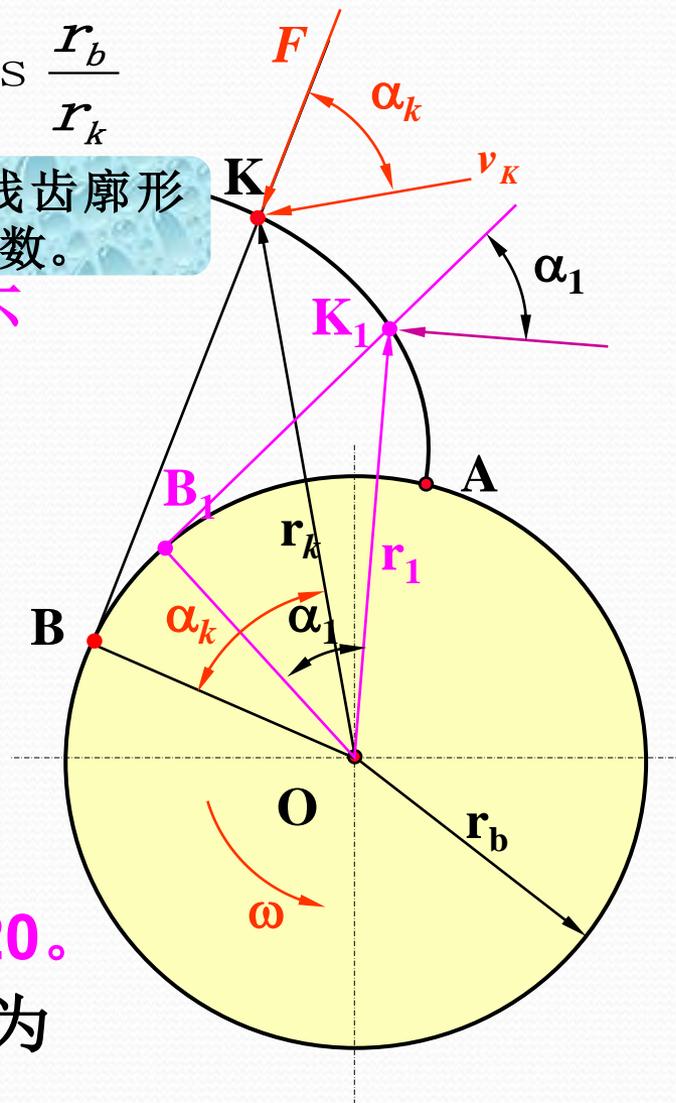
	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)
第二系列	4.5	5.5	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22
	28	(30)	36	45					

3) 分度圆压力角 α

$$\cos \alpha_k = \frac{\overline{OB}}{\overline{OK}} = \frac{r_b}{r_k} \quad \Rightarrow \quad \alpha_k = \arccos \frac{r_b}{r_k}$$

α 是决定渐开线齿廓形状的一个重要参数。

- 同一齿廓的不同半径处，压力角不同： $r_k \downarrow \rightarrow \alpha_k \downarrow \alpha_b = 0$
- 分度圆： $\cos \alpha = r_b / r$
- 齿顶圆： $\cos \alpha_a = r_b / r_a$
- 基圆： $\cos \alpha_b = r_b / r_b = 1$
- 轮齿上，基圆压力角等于零
- 齿顶圆上压力角最大
- 分度圆上压力角为标准值为 $\alpha = 20^\circ$ 。
- 分度圆(定义)：模数和压力角均为标准值的圆



4) 齿顶高系数 h_a^*

5) 顶隙系数 c^*

2. 主要计算公式:

➤ 直线类:

齿顶高: $h_a = h_a^* m$

齿根高: $h_f = (h_a^* + c^*) m$

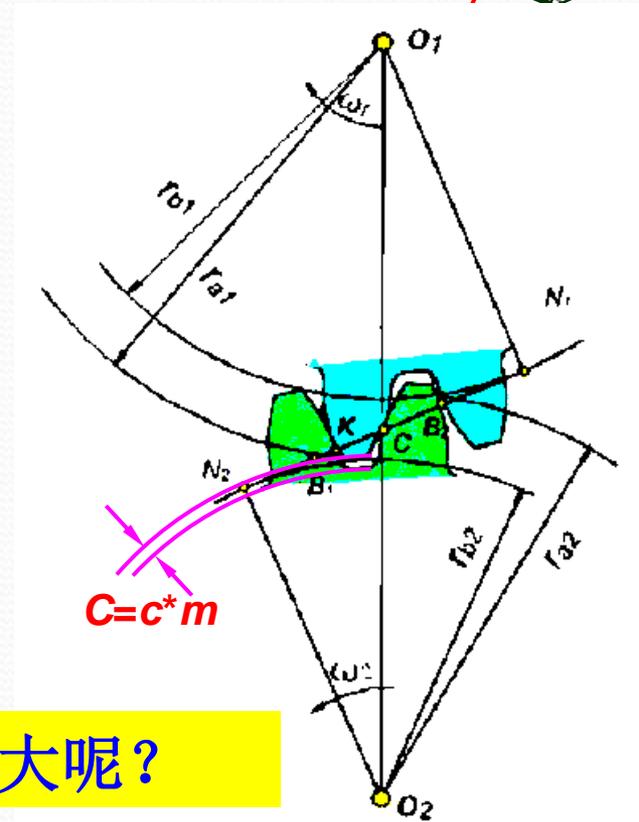
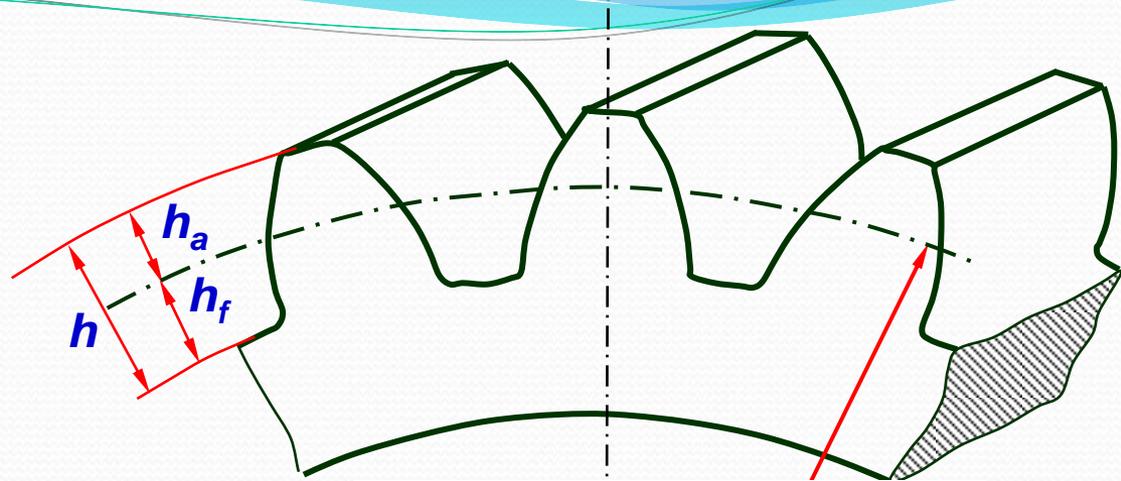
齿全高: $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m$

顶隙: $c = c^* m$

标准规定两种齿制:

正常齿: $h_a^* = 1, c^* = 0.25$

短齿制: $h_a^* = 0.8, c^* = 0.3$



问题: 为什么规定齿根高要比齿顶高大呢?

圆类:

分度圆直径: $d=mz$

齿顶圆直径:

$$d_a = d + 2h_a = (z + 2h_a^*)m$$

齿根圆直径:

$$d_f = d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2c^*)m$$

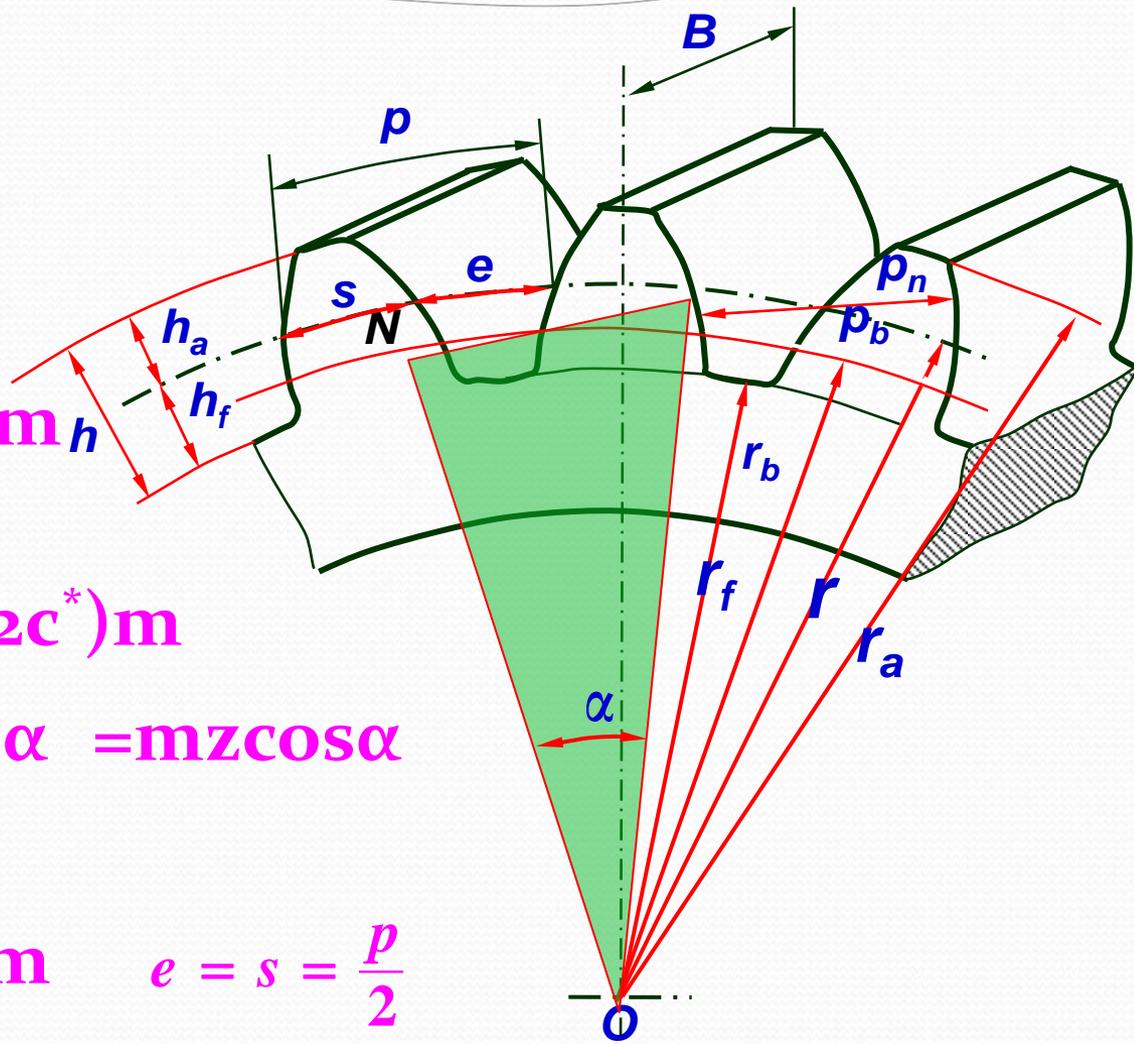
基圆直径: $d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha$

弧类:

分度圆齿距: $p = \pi m \quad e = s = \frac{p}{2}$

法向齿距: $p_n = p_b = \pi d_b / z = \pi m \cos \alpha = p \cos \alpha$

注意: 分度圆, 齿顶, 齿根, 齿距计算公式

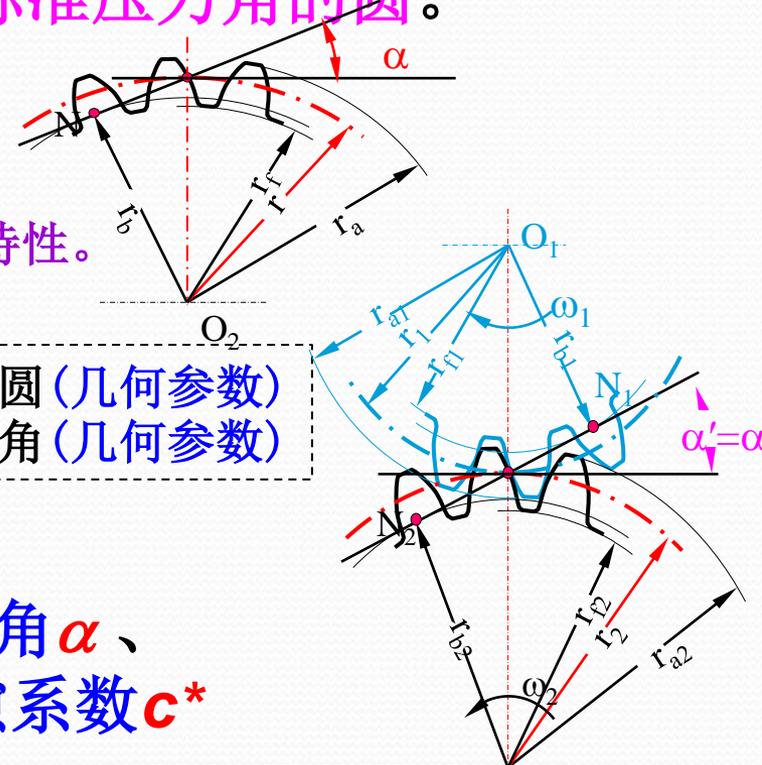


重要概念

★ **分度圆** —— 齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。

问题：分度圆与节圆的区别？

- 1) 分度圆：任一齿轮都有大小确定的分度圆。
节圆：一对齿轮啮合时才存在，表明齿轮啮合特性。
- 2) 分度圆和节圆可以重合，也可以不重合。
- 3) 节圆的大小随中心距变化而变化。
分度圆的大小只要齿轮加工好后就确定了。
- 4) 分度圆的半径不能大于节圆的半径。



分度圆 (几何参数)
压力角 (几何参数)

节圆 (啮合参数)
啮合角 (啮合参数)

★ **基本参数** —— 齿数 Z 、模数 m 、压力角 α 、
齿顶高系数 h_a^* 、顶隙系数 c^*

- 分析：
- 1) m 、 z 决定齿轮大小 $d=mz$;
 - 2) m 、 h_a^* 、 c^* 决定轮齿大小;
 - 3) m 、 z 、 α 决定渐开线形状

$$d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha$$

★ **标准齿轮** —— m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 均为标准值，且 $s = e$ 的齿轮。

总结:标准齿轮的主要参数 (15个)

➤4个圆:	<ul style="list-style-type: none"> 分度圆 齿顶圆 齿根圆 基圆 	$d=mz$ $d_a=d+2h_a=(z+2h_a^*)m$ $d_f=d-2h_f=(z-2h_a^*-2c^*)m$ $d_b=d\cos\alpha=mz\cos\alpha$
➤3个高:	<ul style="list-style-type: none"> 齿顶高 齿根高 齿全高 	$h_a=h_a^*m$ $h_f=(h_a^*+c^*)m$ $h=h_a+h_f=(2h_a^*+c^*)m$
➤3个距:	<ul style="list-style-type: none"> 齿厚 齿槽宽 齿距 	$s=\pi m/2$ $e=\pi m/2$ $p=\pi m$
➤5个参数:	<ul style="list-style-type: none"> 齿数 模数 压力角 齿顶高系数 顶隙系数 	Z m α h_a^* c^*

二. 内齿轮

结构特点：轮齿分布在空心圆柱体内表面上。

不同点：

1) 轮齿与齿槽正好与外齿轮相反。

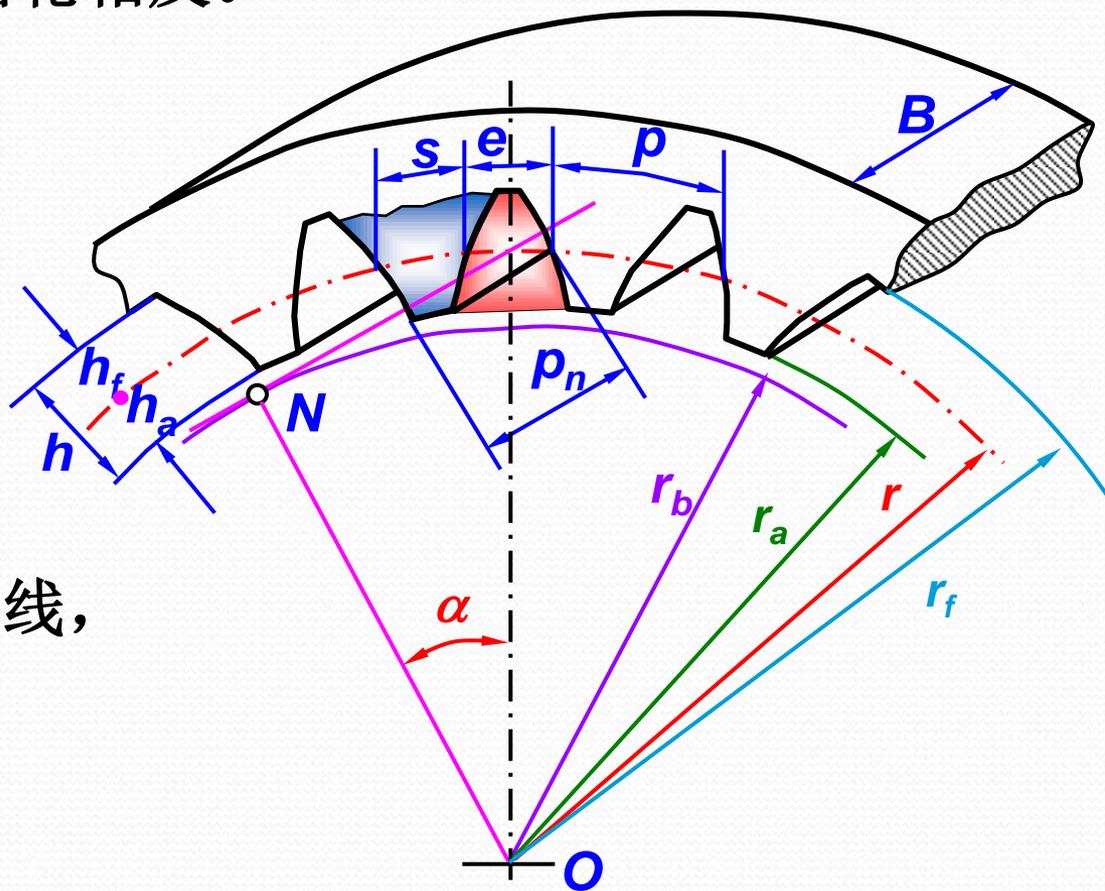
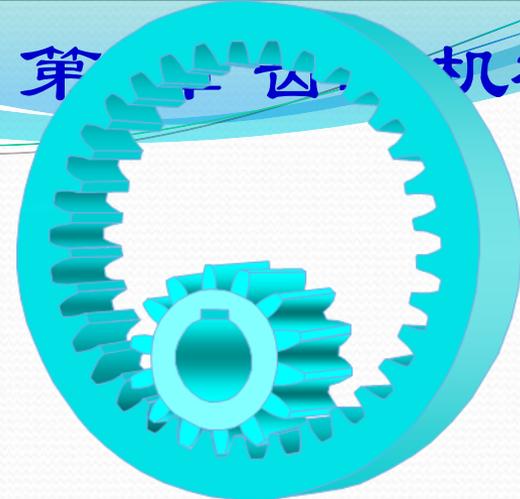
2) $d_f > d > d_a$,

$$d_a = d - 2h_a,$$

$$d_f = d + 2h_f$$

3) 为保证齿廓全部为渐开线，

要求 $d_a > d_b$ 。



三. 齿条

$z \rightarrow \infty$, 齿廓曲线 (渐开线) \rightarrow 直线



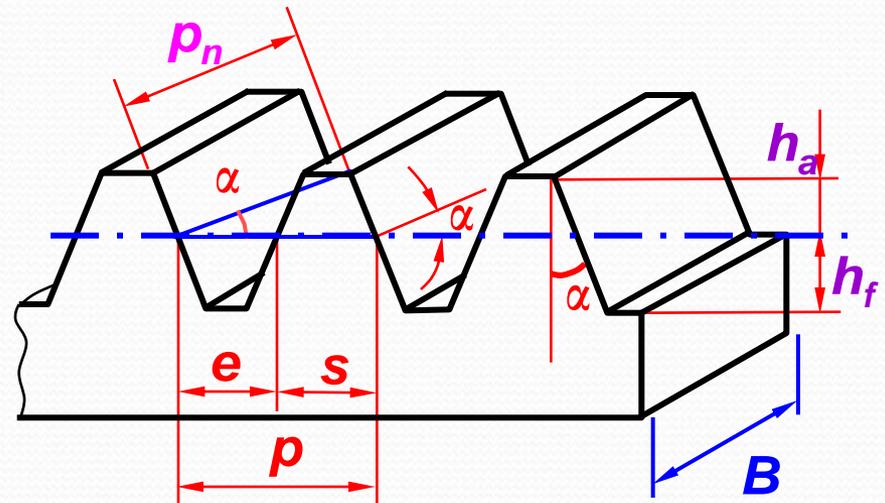
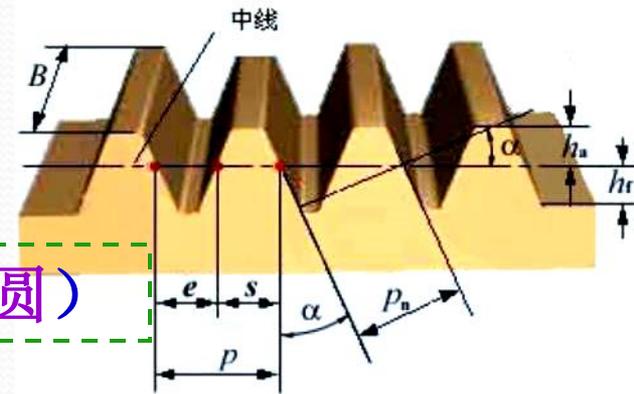
齿顶线、齿根线、中线 (分度圆)

特点:

- 1) 齿条齿廓上各点的压力角都相同, 其大小等于齿廓的倾斜角 (齿形角), α 为常数。
- 2) 齿距处处相等: $p = \pi m$, $p_n = p \cos \alpha$

其它参数计算与外齿轮相同, 如:

- ❖ 齿条的齿顶高 $h_a = h_a^* m$
- ❖ 齿条的齿根高 $h_f = (h_a^* + c^*) m$
- ❖ 齿条的齿厚 $s = \pi m / 2$
- ❖ 齿条的齿槽宽 $e = \pi m / 2$



四、任意圆上的齿厚 s_i

为什么要计算任意圆上的齿厚？

$$s_i = r_i \varphi = r_i (\angle BOB - 2\angle BOC)$$

$$= r_i \left[\frac{s}{r} - 2(\theta_i - \theta) \right]$$

$$\therefore s_i = \frac{r_i}{r} s - 2r_i (\text{inv}\alpha_i - \text{inv}\alpha)$$

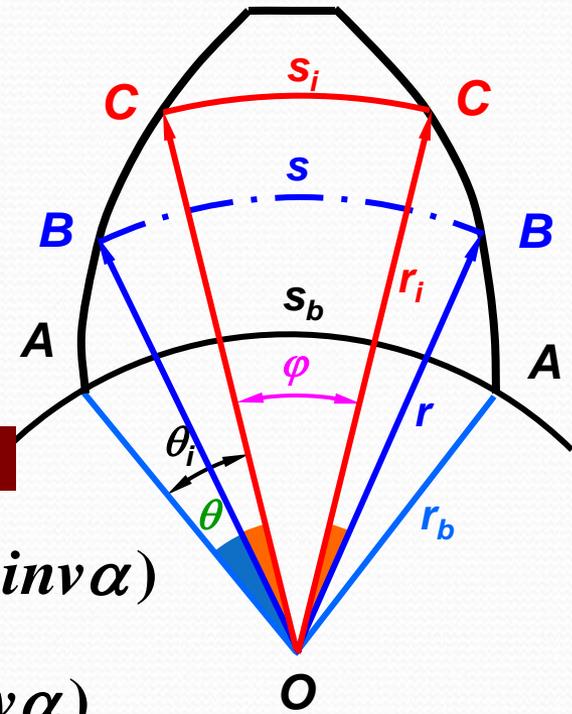
可以求齿顶圆齿厚、基圆齿厚、节圆齿厚等：

齿顶圆齿厚： $s_a = (sr_a / r) - 2r_a (\text{inv}\alpha_a - \text{inv}\alpha)$

节圆齿厚： $s' = (sr' / r) - 2r' (\text{inv}\alpha' - \text{inv}\alpha)$

基圆齿厚： $s_b = (sr_b / r) + 2r_b \text{inv}\alpha = s \cos \alpha + 2r \cos \alpha \text{inv}\alpha$
 $= \cos \alpha (s + mz \text{inv}\alpha)$

齿根圆齿厚： $s_f = (sr_f / r) - 2r_f (\text{inv}\alpha_f - \text{inv}\alpha)$



例1: $Z=18$, $d_a=120\text{mm}$, 求 $m=?$

$$d_a = mz + 2h_a^*m = 120$$

$$m = \frac{120}{18+2} = 6 \text{ mm}$$

例2: 已知 $d_a=120\text{mm}$, $d_f=97.5\text{mm}$, 求 $m=?$ $Z=?$

$$d_a = mz + 2h_a^*m = 120$$

$$d_f = m(z - 2h_a^* - 2c^*) = 97.5$$

$$m=5\text{mm}$$

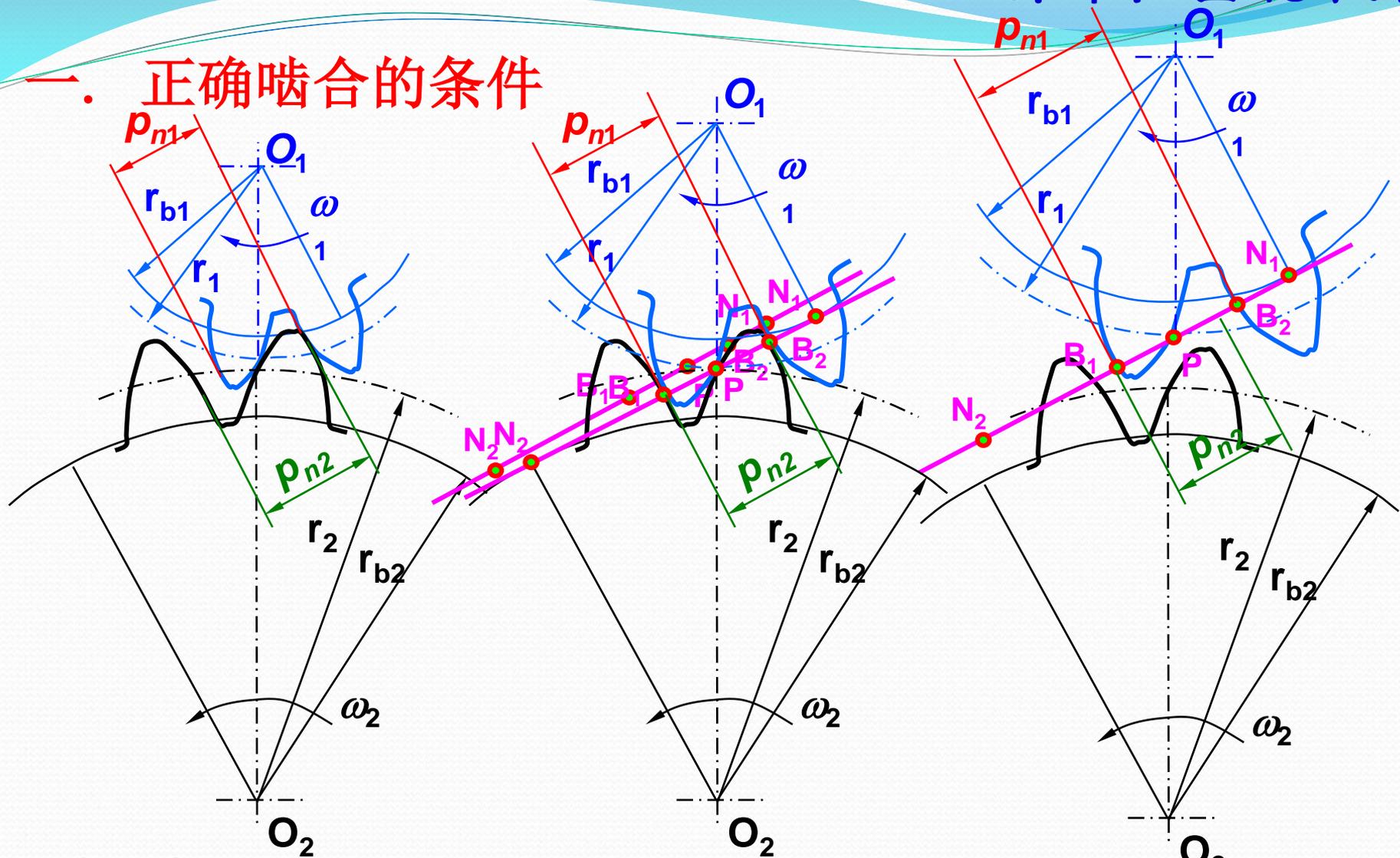
$$Z=22$$

§ 4-5 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动

- 一、正确啮合的条件
- 二、正确安装条件
- 三、连续传动条件



正确啮合的条件



$p_{m1} < p_{n2}$ 不能正确啮合! $p_{m1} = p_{n2}$ 能正确啮合! $p_{m1} > p_{n2}$ 不能正确啮合!

- ◆ 两轮法向齿距不等时 ($p_{n1} \neq p_{n2}$), 轮齿发生干涉, 两轮不能正确啮合传动

◆ 两轮法向齿距相等时 ($p_{n1}=p_{n2}$), 两轮能正确啮合传动

$$k_1 k_1' = k_2 k_2' = k k'$$

在齿轮1上: $k_1 k_1' = p_{n1}$

在齿轮2上: $k_2 k_2' = p_{n2}$

$$\therefore p_{n1} = p_{n2}$$

由渐开线性质可知, 法向齿距与基圆齿距相等,
故上式也可写成:

$$p_{b1} = p_1 \cos \alpha_1 = \pi m_1 \cos \alpha_1$$

$$p_{b1} = p_{b2}$$

$$p_{b2} = p_2 \cos \alpha_2 = \pi m_2 \cos \alpha_2$$

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$$

正确啮合条件

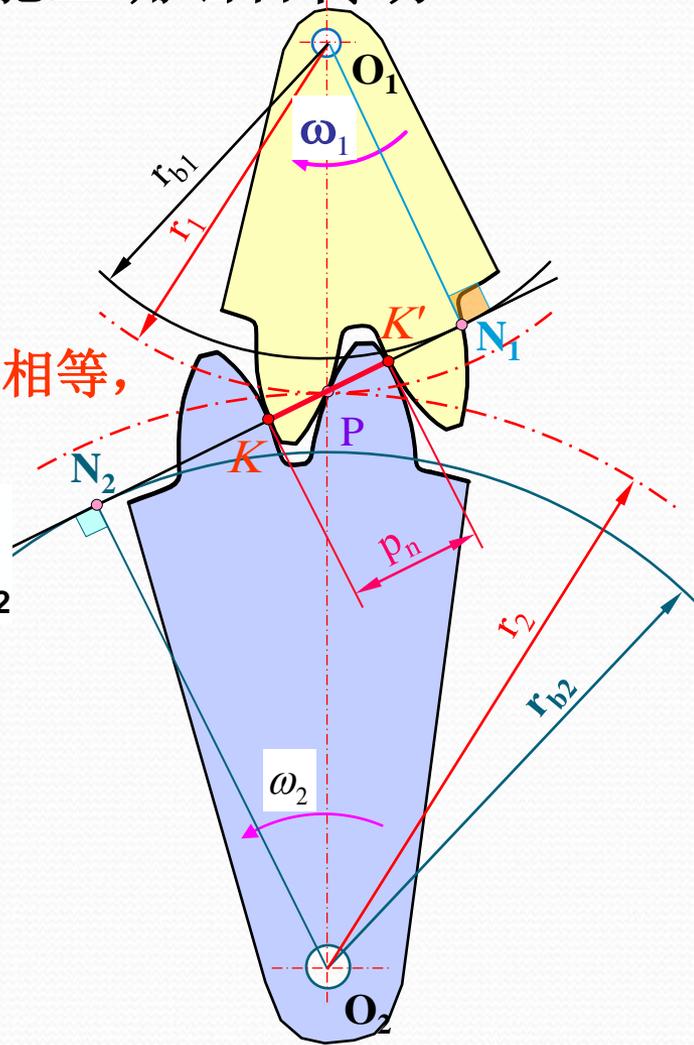
$$m_1 = m_2 = m$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$$



传动比

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$



二、正确安装条件

▶ 无侧隙啮合

一个齿轮的齿厚与其相啮合的另一个齿轮的齿槽在两条啮合线上均紧密接触。

▶ 无侧隙啮合传动条件：

一个齿轮的节圆齿厚必须等于另一个齿轮的节圆齿槽宽。

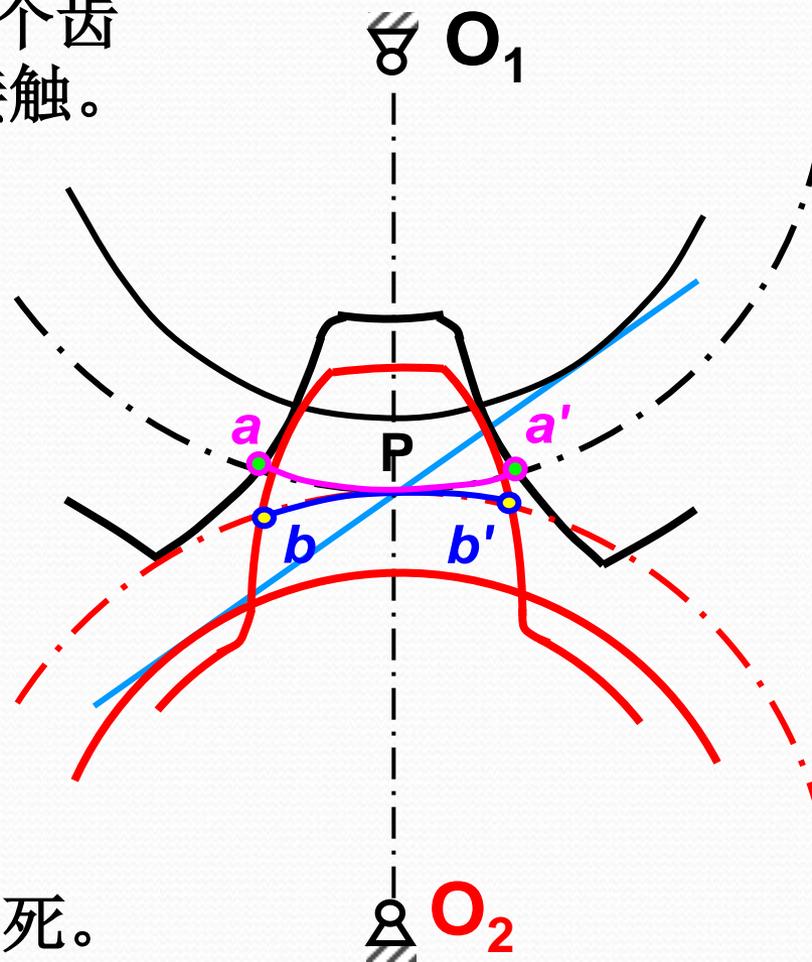
$$S_1' = e_2' ; e_1' = S_2'$$

问题1：实际中无侧隙啮合存在吗？

——侧隙很小靠齿轮公差来保证

问题2：侧隙的作用？

——存润滑油，避免齿轮传动中卡死。



1. 标准安装 —— 两齿轮的分度圆相切安装

此时有： $r_i' = r_i$ ； $\alpha' = \alpha$ 的特征。

标准安装时节圆与分度圆重合。

1) 标准安装可实现无侧隙

$$s_1' = e_2' ; e_1' = s_2'$$

标准齿轮： $s = e = \pi m / 2$

由于 $m_1 = m_2 \rightarrow s_1 = e_2 = e_1 = s_2$

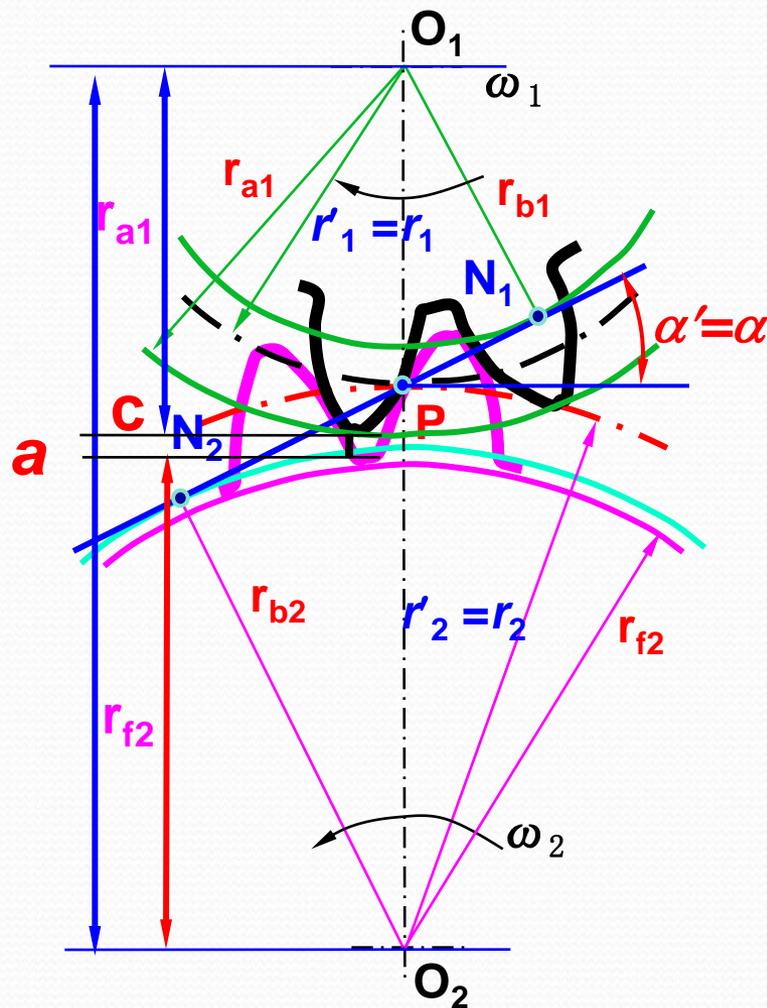
2) 标准中心距 a

$$a = r_2' \pm r_1' = r_2 \pm r_1 = \frac{1}{2} m (z_2 \pm z_1)$$

3) 标准顶隙

$$c = h_f - h_a = (h_a^* + c^*)m - h_a^*m = c^* m$$

▲ 当两标准齿轮按分度圆相切来安装，则满足传动条件。 正确安装



2. 非标准安装 —— 两齿轮的分度圆分离安装

此时有： $r_i' > r_i; \alpha' > \alpha$ 的特征。

中心距： $a' = r_2' \pm r_1'$

$$\because r_{bi} = r_i' \cdot \cos \alpha' = r_i \cdot \cos \alpha$$

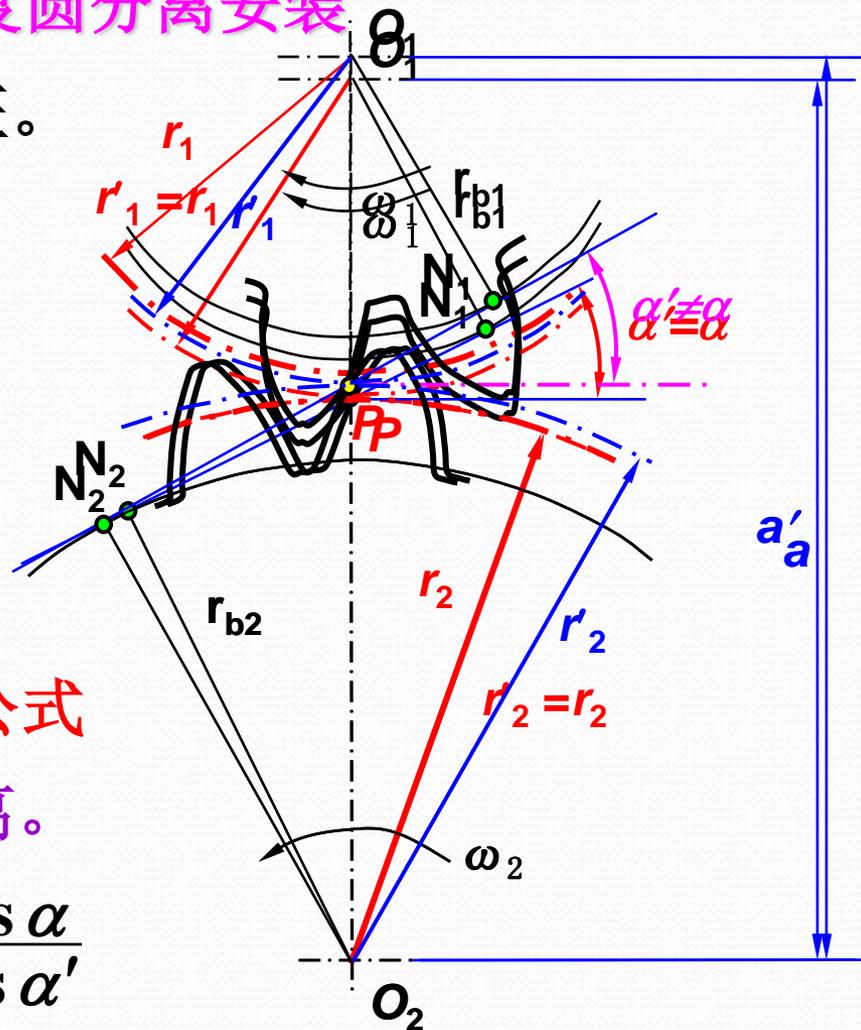
$$\therefore r_i' = r_i \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \therefore a' = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$a' \cdot \cos \alpha' = a \cdot \cos \alpha$$

——中心距可分性公式

非标准安装时节圆与分度圆分离。

非标准安装中心距： $a' = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$

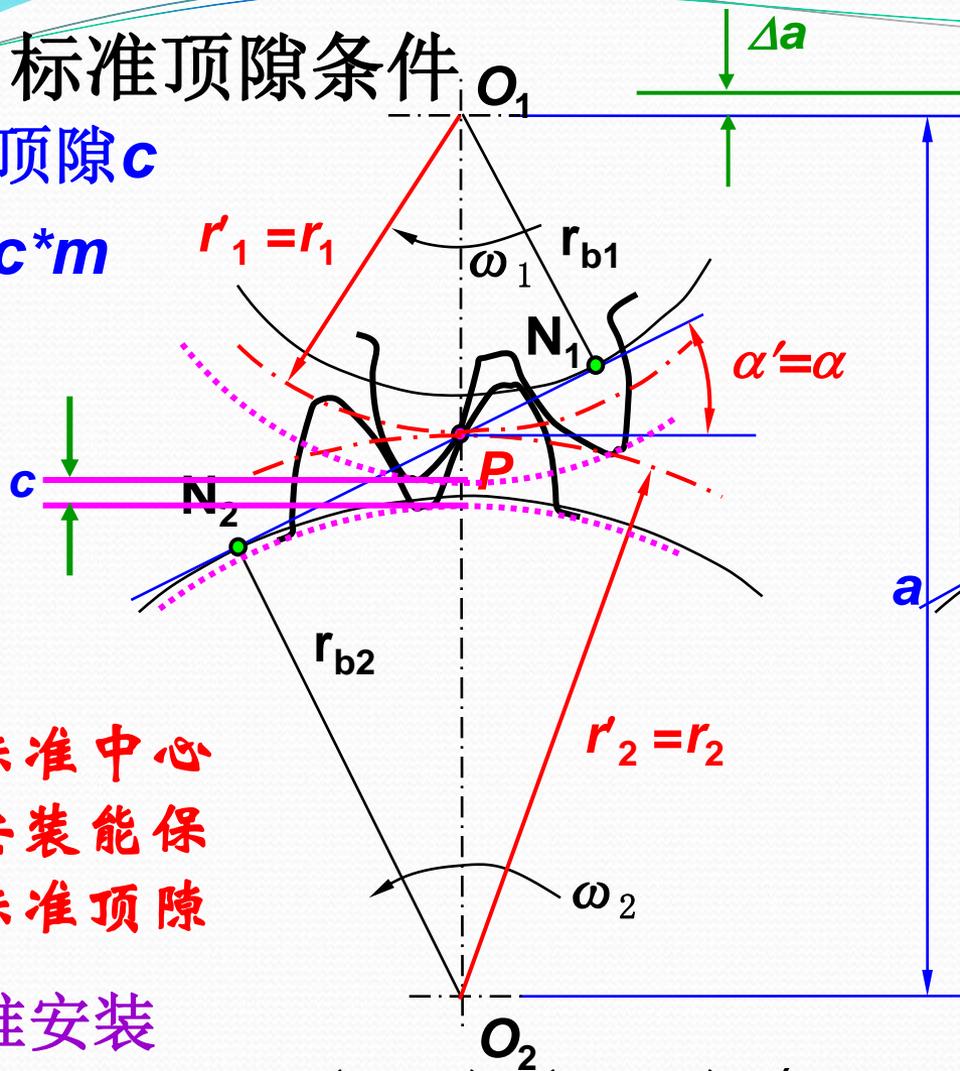


问题：非标准安装时还具有标准顶隙吗？还无侧隙吗？

3. 标准顶隙条件

标准顶隙 c

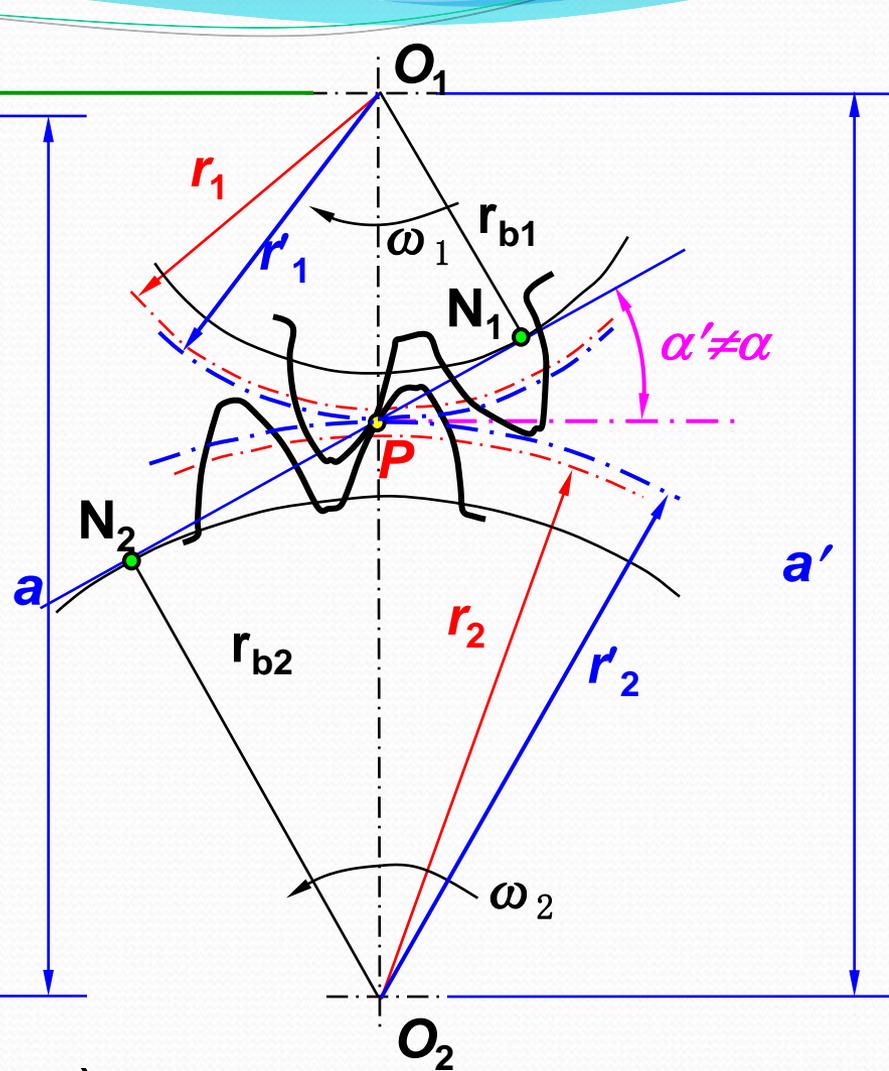
$$c = c^* m$$



按标准中心距安装能保证标准顶隙

标准安装

$$\begin{aligned} c &= a - r_{a1} - r_{f2} = (r_1 + r_2) - (r_1 + h_{a1}) - (r_2 - h_{f2}) \\ &= (r_1 + r_2) - (r_1 + h_a^* m) - (r_2 - (h_a^* + c^*) m) \\ &= c^* m \end{aligned}$$



非标准安装

$$\begin{aligned} c' &= (a + \Delta a) - r_{a1} - r_{f2} \\ &= c^* m + \Delta a \end{aligned}$$

4. 渐开线直齿圆柱齿轮传动的参数和尺寸

传动参数: $m, z, \alpha, h_a^*, c^*, \alpha'$

传动尺寸: 1. 节圆半径 r_i'

2. 啮合角 α'

3. 中心距 $a' = r_1' + r_2'$

4. 传动比 $i_{12} = n_1/n_2 = \omega_1/\omega_2$

5. 侧隙 $\Delta = e_1' - s_2' = e_2' - s_1'$

6. 顶隙 $c' = a' - r_{a1} - r_{f2} = a' - r_{a2} - r_{f1}$

1) 标准安装(外啮合)

(1) 节圆半径 r' $r'=r$ (2) 啮合角 α' $\alpha'=\alpha$ (3) 中心距 a' = 标准中心距

$$a' = r_1' + r_2' = r_1 + r_2 = m(Z_1 + Z_2)/2$$

(4) 传动比

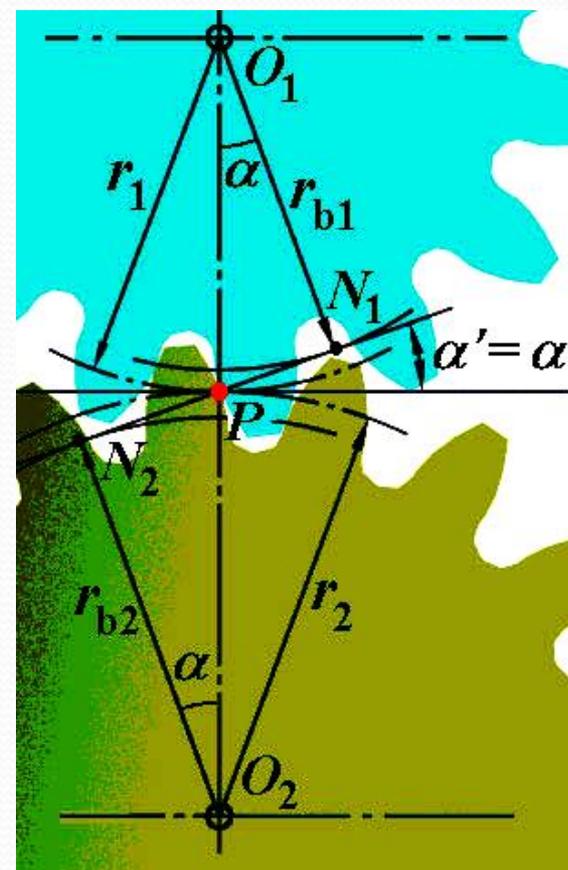
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

(5) 侧隙 Δ

$$\Delta = s_1' - e_2' = e_1' - s_2' = s - e$$

(6) 顶隙 c

$$c = h_{f2} - h_{a1} = c^* m$$



2) 非标准安装(外啮合)

(1) 节圆半径 r' $r' > r$ (2) 啮合角 α' $\alpha' > \alpha$ (3) 中心距 $a' >$ 标准中心距 a

$$a' = r_1' + r_2' > r_1 + r_2$$

(4) 传动比

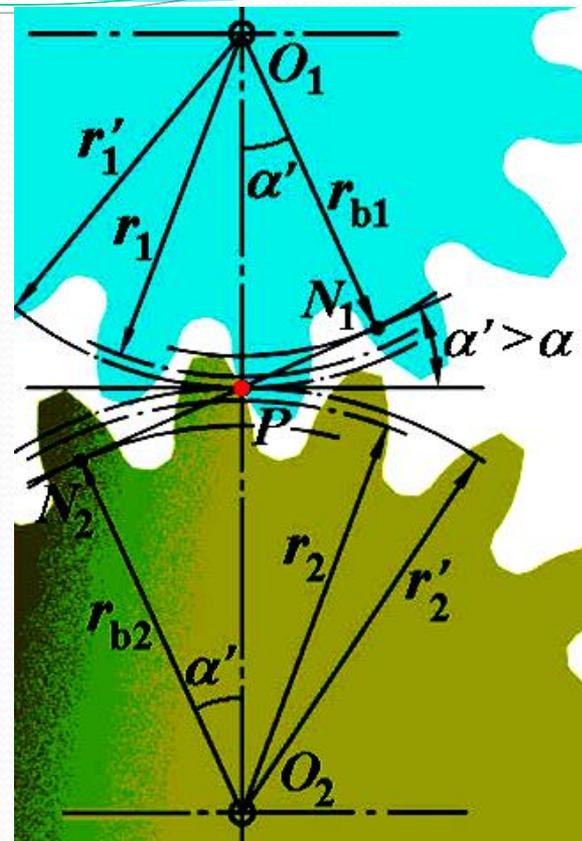
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

(5) 侧隙 Δ

$$\Delta = S_1' - e_2' = e_1' - S_2' > 0$$

(6) 顶隙 c'

$$c' = c + \Delta a$$



3) 内啮合齿轮副

(1) 标准安装

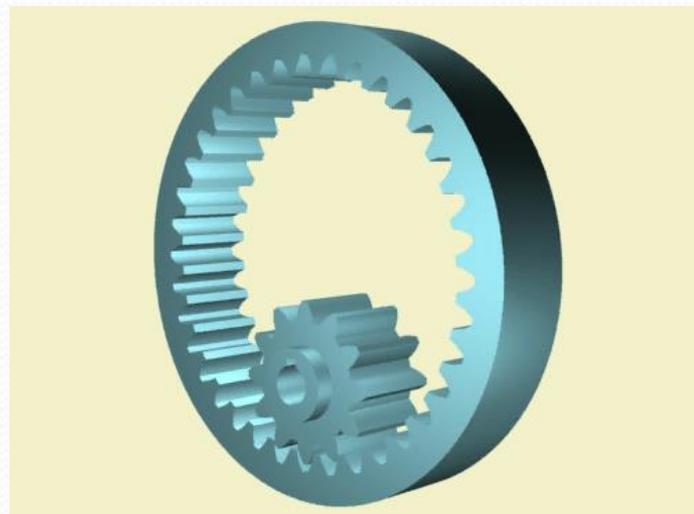
- 两齿轮的分度圆分别与各自的节圆重合
- 啮合角 α' 等于分度圆压力角 α
- 顶隙为标准值
- 满足无侧隙啮合的要求

标准中心距 a $a = r_2 - r_1 = \frac{m}{2} (z_2 - z_1)$

(2) 非标准安装

- 两轮的节圆不再与各自的分度圆重合
- 传动的啮合角 α' 不再等于分度圆压力角 α

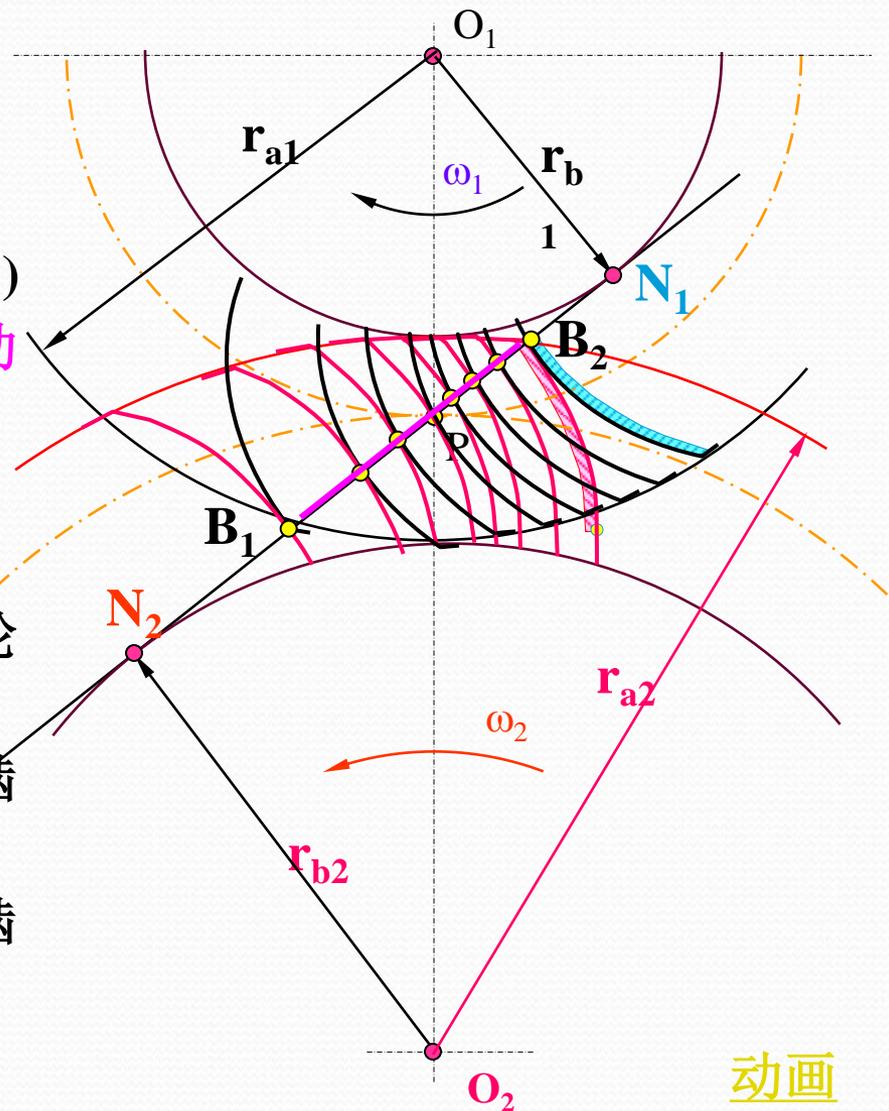
非标准中心距 a' $a' \cos \alpha' = a \cos \alpha$



三、连续传动条件

1、一对齿轮的啮合过程

- 啮合线 N_1N_2
- 理论啮合线段: N_1N_2 (啮合极限点)
- 开始啮合时, 主动轮的齿根与从动轮的齿顶接触, 逐渐下移
- 主动轮: 齿根→齿顶
- 从动轮: 齿顶→齿根
- 脱离啮合时, 主动轮齿顶与从动轮的齿根接触
- 开始啮合点: 从动轮的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_2
- 终止啮合点: 主动轮的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_1
- 实际啮合线段: B_1B_2
- 齿顶圆加大, B_2 、 B_1 就趋近于 N_1 、 N_2



动画

• 齿廓实际工作段

2. 连续传动条件

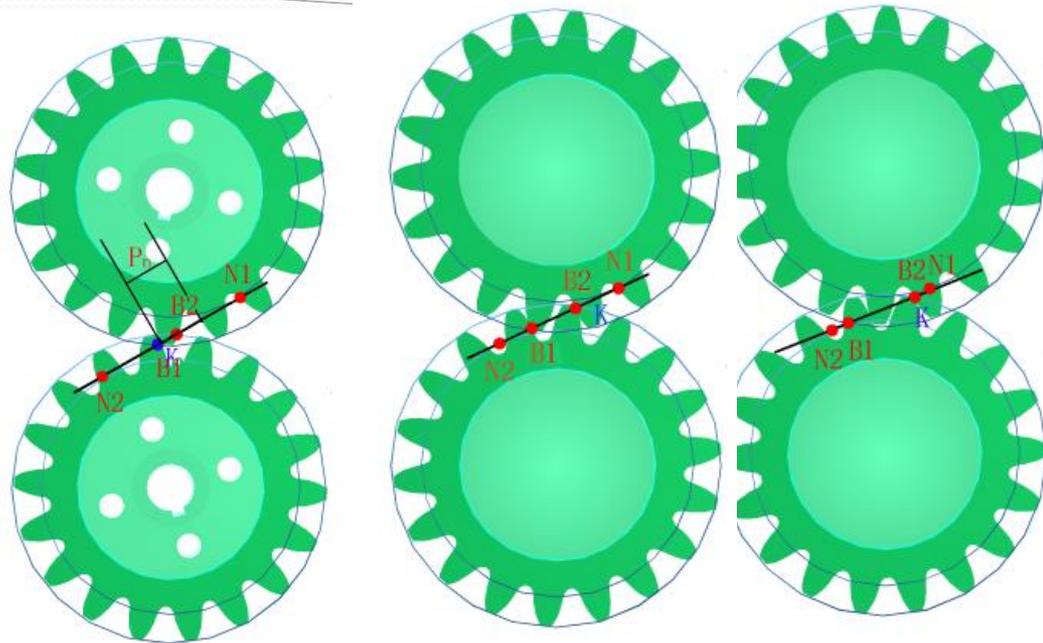
- 几何条件: $B_1B_2 > p_n$
- 重合度:

$$\varepsilon = \overline{B_1B_2} / p_n$$

- 连续传动条件:

$$\varepsilon_\alpha \geq 1 \star$$

$$\varepsilon_\alpha = [z_1(\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha') + z_2(\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha')]/(2\pi)$$



$B_1B_2 < p_n$

$B_1B_2 = p_n$

$B_1B_2 > p_n$

★ 结论

- 重合度 ε_α 与模数 m 无关, 而随着齿数 z 的增多而增大, 还随啮合角 α' 减少和齿顶高系数 h_a^* 的增大而加大。 $\varepsilon_{\alpha\max} = 1.981$ 。
- 重合度愈大, 表明同时参与啮合的轮齿对数愈多, 传动愈平稳, 每对轮齿所承受的载荷愈小。

分析:

- 1) $\varepsilon = 1$ 表示在啮合过程中, 始终只有一对齿工作;
- 2) $1 < \varepsilon < 2$ 表示在啮合过程中, 有时是一对齿啮合, 有时是两对齿同时啮合。
- 3) 实际工作中应满足
重合度 \uparrow →传动平稳性 \uparrow →承载能力 \uparrow 。

$$\varepsilon_{\alpha} \geq [\varepsilon_{\alpha}]$$

重合度不仅是齿轮传动的连续性条件, 而且是衡量齿轮承载能力和传动平稳性的重要指标。

$[\varepsilon_{\alpha}]$ 的推荐值:

使用场合	一般机械制造业	汽车拖拉机	金属切削机床
$[\varepsilon_{\alpha}]$	1.4	1.1~1.2	1.3

小 结

正确啮合条件

$$m_1 = m_2 = [m]; \alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$$

连续传动条件

$$\varepsilon_\alpha \geq 1$$

无侧隙啮合传动条件

$$s'_1 = e'_2 \quad s'_2 = e'_1$$

安装条件

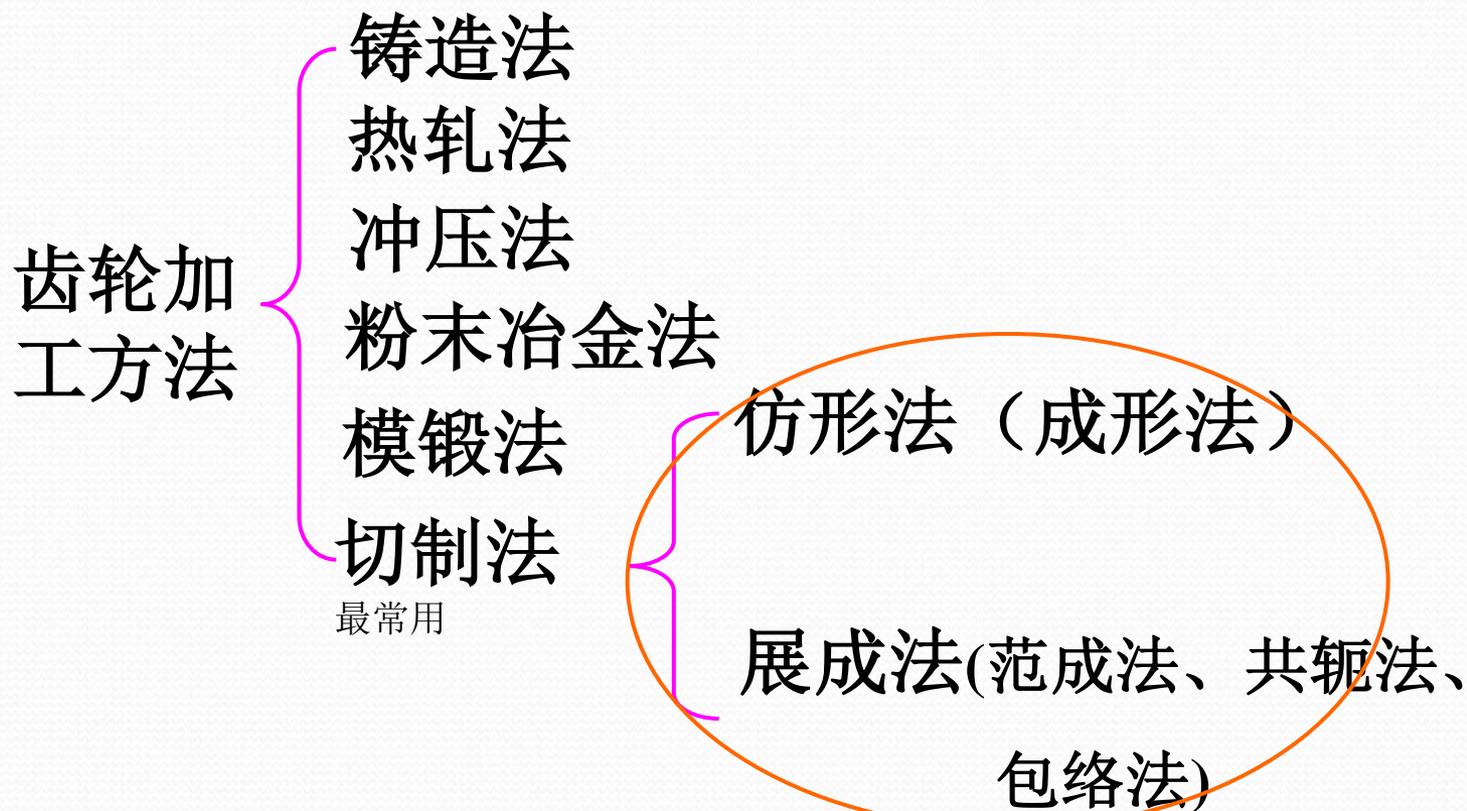
$$a' \cdot \cos \alpha' = a \cdot \cos \alpha$$

标准顶隙条件

按标准中心距安装能保证标准顶隙

§ 4-6 渐开线齿廓的切齿原理

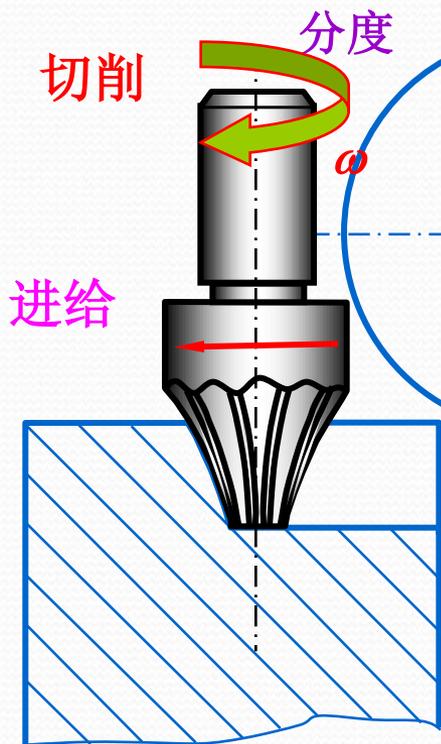
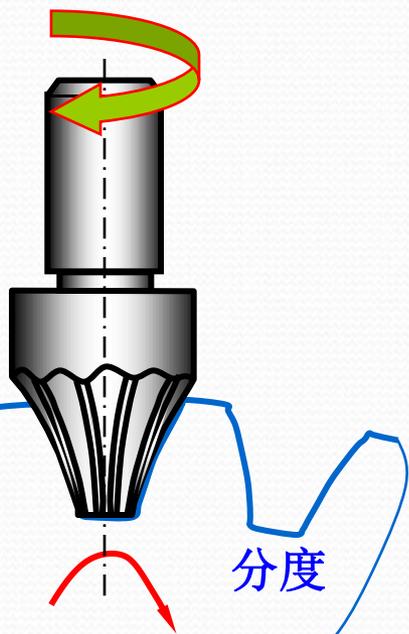
加工方法简介



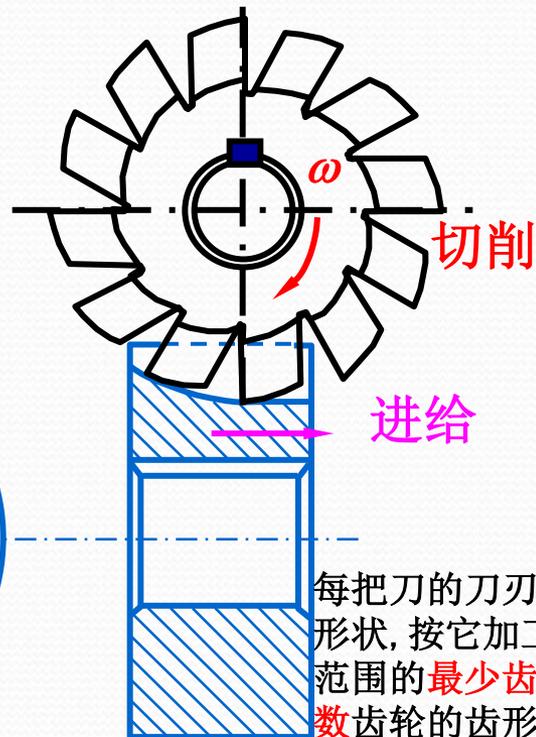
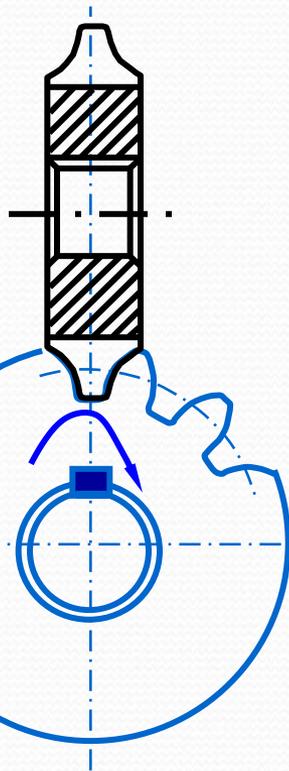
一、仿形法（成形法） —— 在普通铣床上利用渐开线齿形的成形铣刀将齿坯齿槽部分的材料铣掉来切制齿形的一种加工方法。

刀具：1. 圆盘铣刀
2. 指形铣刀

指状铣刀加工



盘铣刀加工



每把刀的刀刃形状, 按它加工范围的最少齿数齿轮的齿形来设计。

➤ 仿形法加工特点:

- 刀具的轴向剖面内, 刀刃的形状与齿轮齿槽的齿廓形状相同

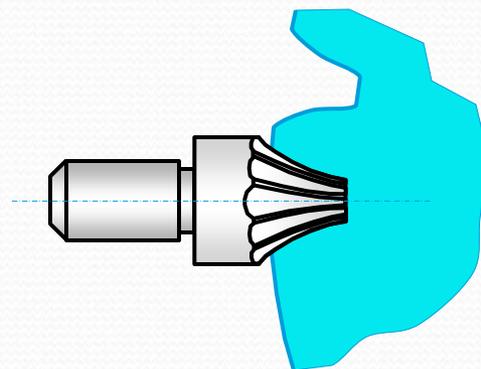
➤ 优点:

- 加工方法简单
- 普通铣床加工

➤ 缺点:

- 精度低, 生产率低
- 分度误差
- 刀具齿形误差

➤ 应用: 适于修配和单件生产



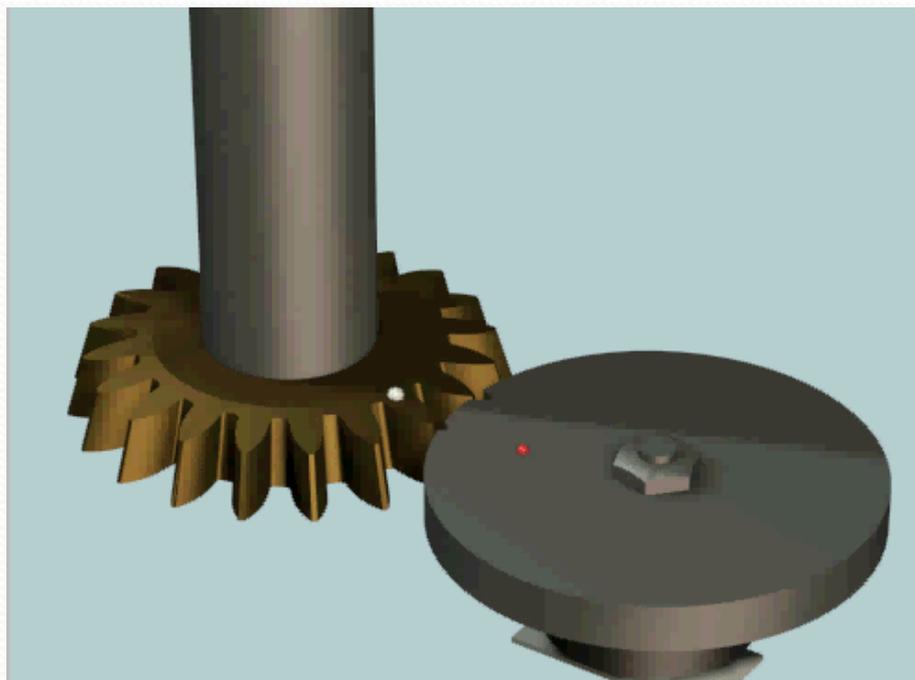
➤ 工程处理: 同 m 和 α 的刀具只有8把, 每把刀的刀刃形状, 按它加工范围的最少齿数齿轮的齿形来设计。

8把一组各号铣刀切制齿轮齿数范围

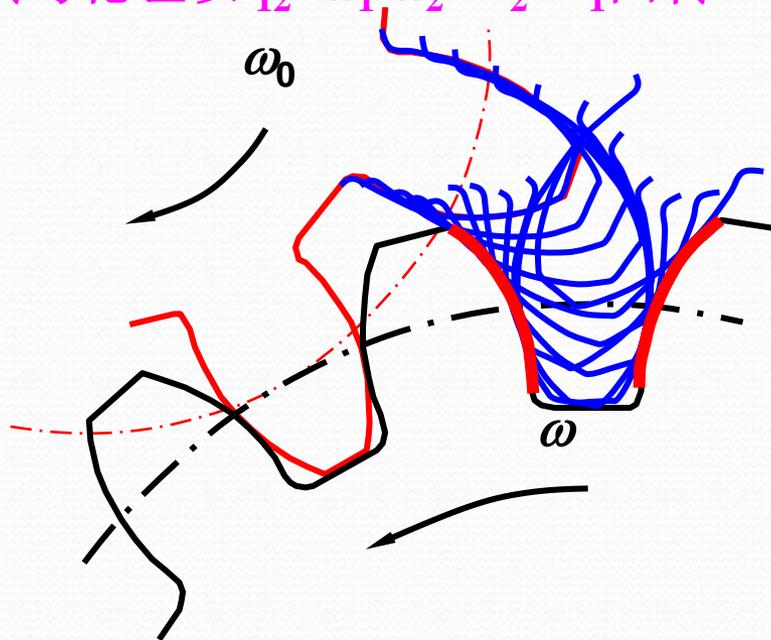
刀号	1	2	3	4	5	6	7	8
齿数	12~13	14~16	17~20	21~25	26~34	35~54	55~134	≥135

二、展成法（范成法或包络法）

1. 加工原理 利用一对齿轮无侧隙啮合时两轮的齿廓互为包络线原理来加工齿形的一种加工方法。

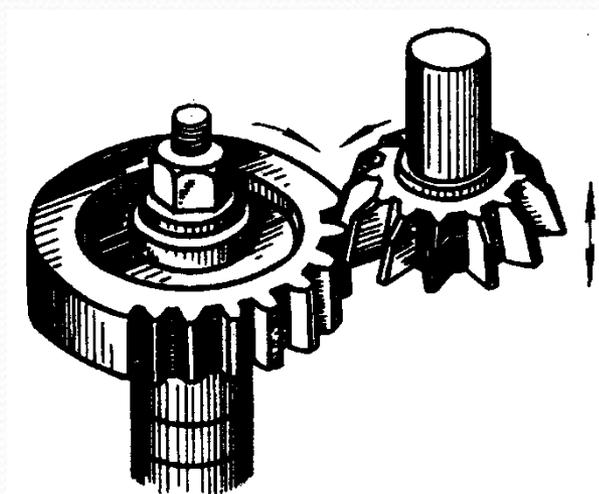


切削（沿轮坯轴向）
进刀和让刀（沿轮坯径向）
范成运动（模拟齿轮啮合传动）
刀具与轮坯以 $i_{12}=\omega_1/\omega_2=Z_2/Z_1$ 回转



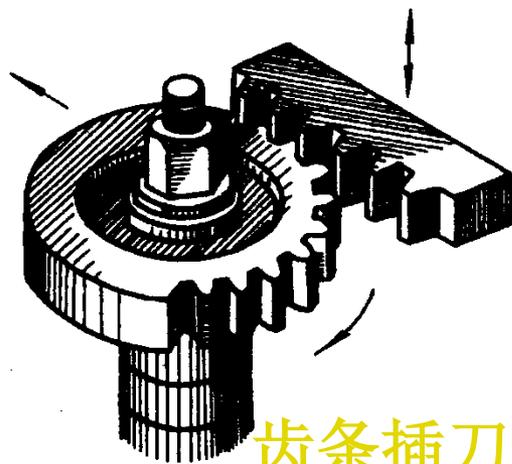
2. 常用刀具

- 1) **齿轮插刀** 是一个齿廓为刀刃的外齿轮；
- 2) **齿条插刀** 是一个齿廓为刀刃的齿条；
- 3) **齿轮滚刀** 像梯形螺纹的螺杆，轴向剖面齿廓为精确的直线齿廓，滚刀转动时相当于齿条在移动。

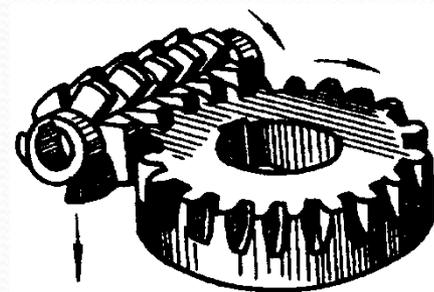


动画

齿轮插刀

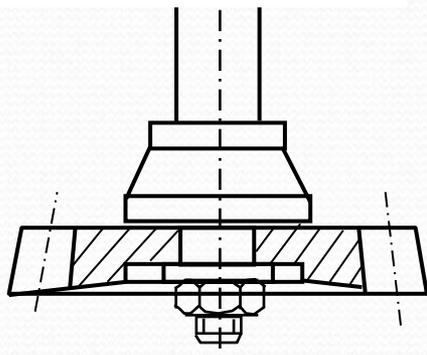
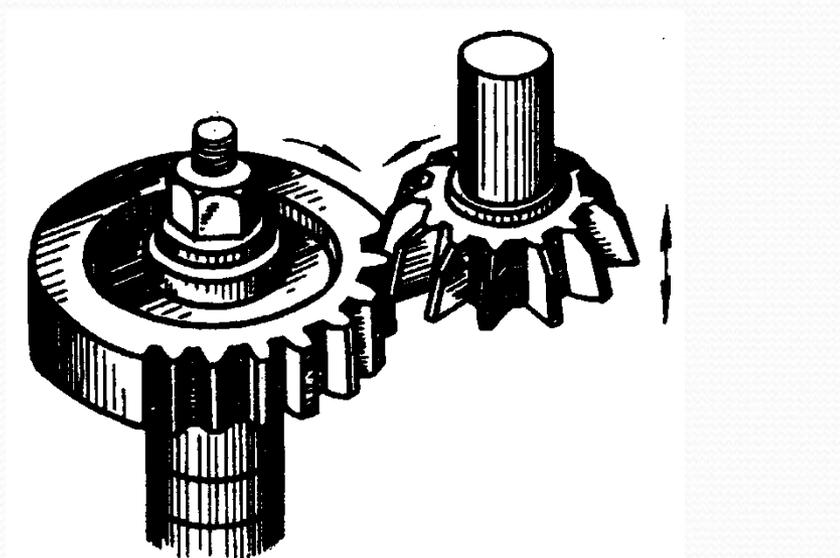


齿条插刀



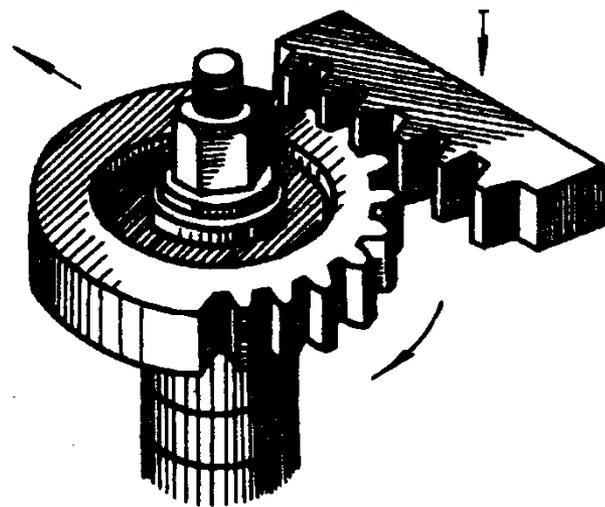
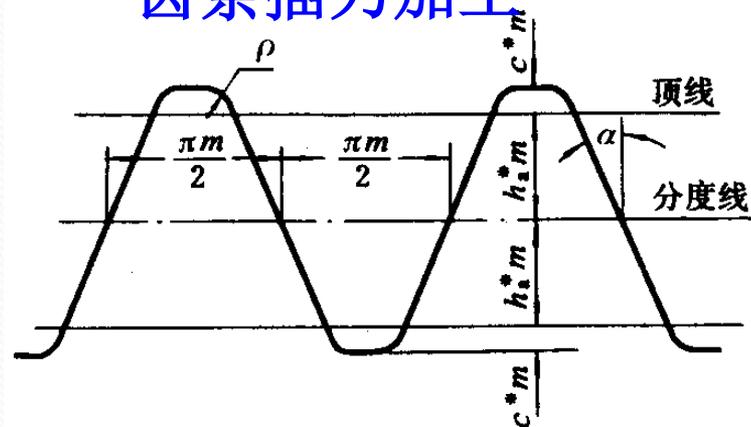
齿轮滚刀

齿轮插刀加工



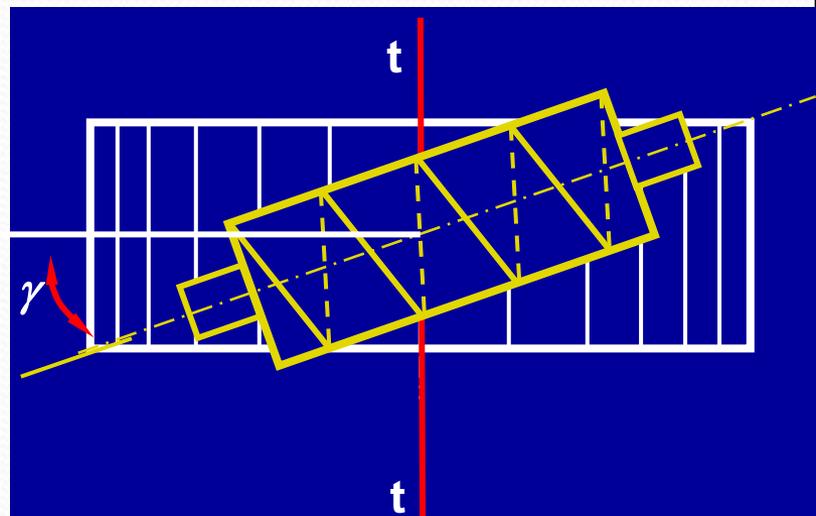
优点：用一把插刀可以加工出 m 、 α 相同而齿数不同的各种齿轮(包括内齿轮)。

齿条插刀加工



缺点：切削不连续，生产效率较低。

□ 齿轮滚刀加工



为了切制出平行与齿坯轴线的直齿，应使刀具的轴线偏转螺旋升角。

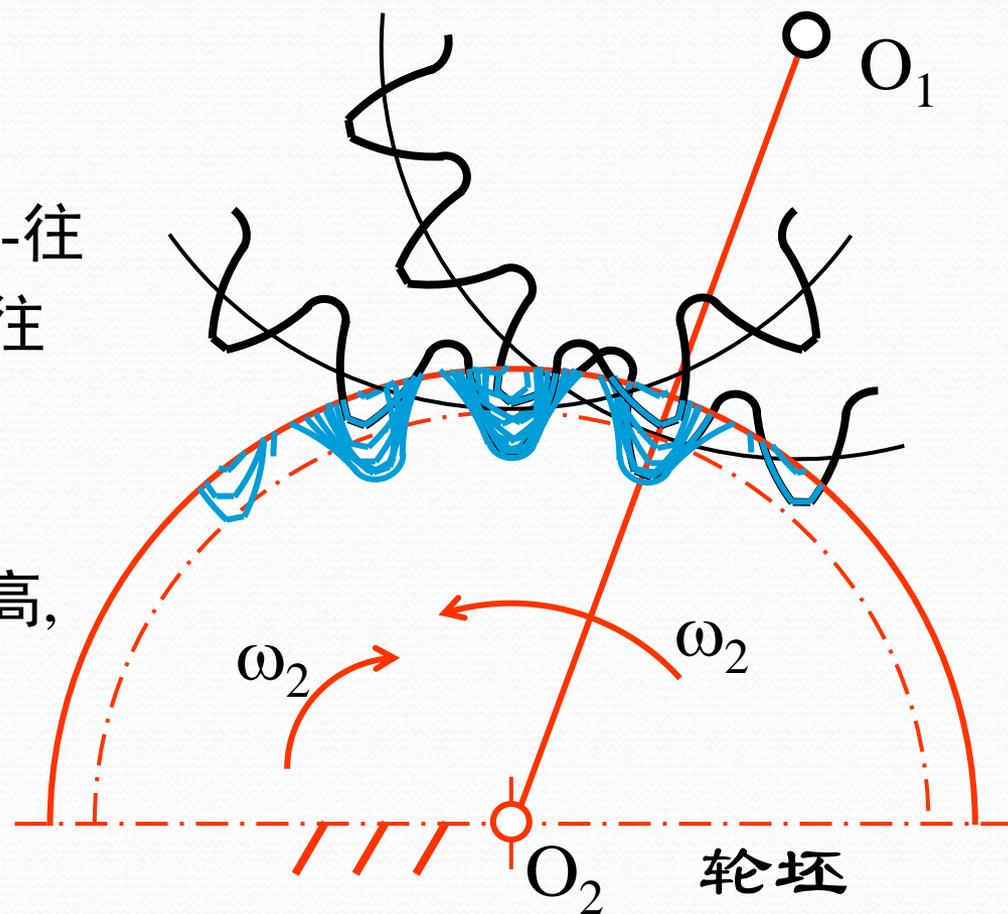
优点：用一把滚刀可以加工出 m 、 α 相同而齿数不同的各种齿轮，切削连续，生产效率高。

缺点：不能加工内齿轮。



展成法特点

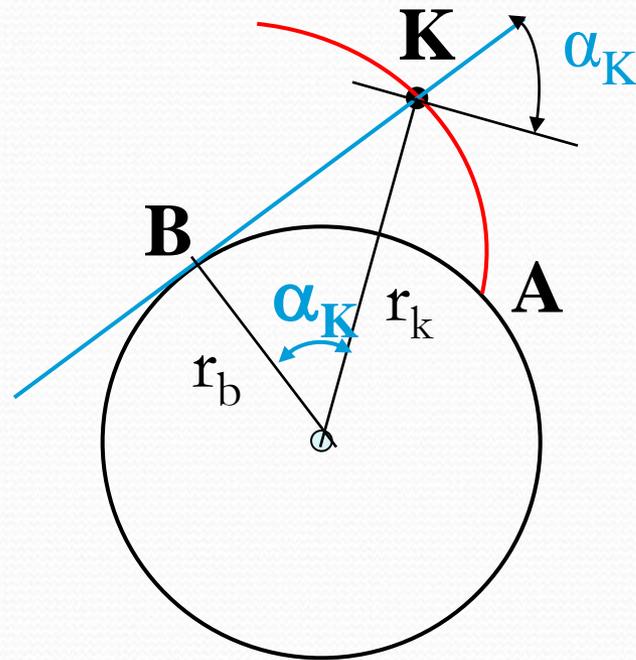
- 刀具: 齿轮(条)插刀, 滚刀---往复直线移动+啮合式旋转/往复直线移动
- 齿轮毛坯: 啮合式旋转
- **特点:** 需专门机床, 效率较高, 精度高, 可批量生产



用同一把刀具, 通过调节 i_{12} , 就可以加工相同模数、压力角, 不同齿数的齿轮。生产方便, 应用广泛。

本章小结

1. 渐开线的形成：基圆、发生线、渐开线。



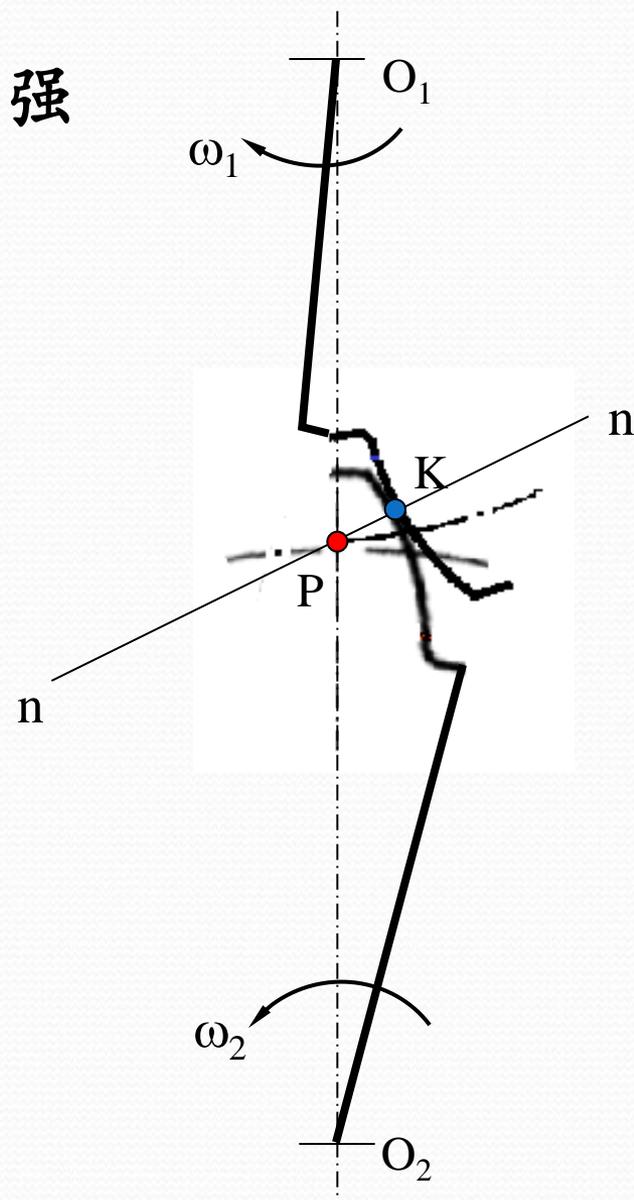
2. 齿轮传动的基本要求 $i=C$; 承载力强

齿廓实现定传动比的条件: P 点定点

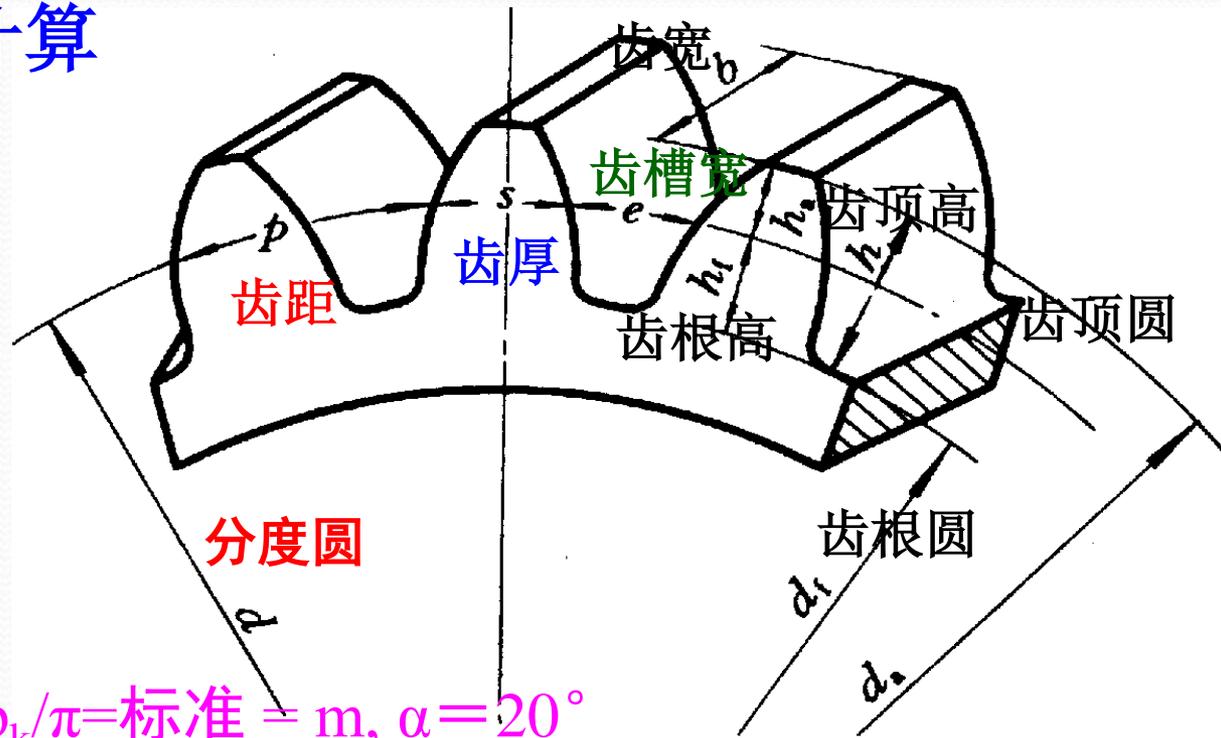
渐开线齿廓满足定传动比的条件

不论齿廓在何处啮合, 啮合点均在 $n-n$ (公法线) 线上。

节圆、公法线、公切线、
啮合角。



3. 标准渐开线直齿轮的各部分名称及几何尺寸计算



分度圆： $p_k/\pi = \text{标准} = m, \alpha = 20^\circ$

标准齿轮：分度圆 $S = e$; h_a^* 、 C^* 为标准值

标准安装：一对标准齿轮分度圆相切

标准中心距： $a = r_2' \pm r_1' = r_2 \pm r_1 = \frac{1}{2} m (z_2 \pm z_1)$

4. 正确啮合条件： 模数、压力角相等

连续传动条件： $\varepsilon > 1$

可分性： $a_{\text{实}} \neq a_{\text{理}}$ (误差, 磨损) $\rightarrow i$ 不变

本章重点：

- ①渐开线的形成与性质；
- ②标准齿轮的参数计算；
- ③正确啮合条件与重合度；

- 1. 国产正常齿标准直齿圆柱齿轮外啮合传动，
已知： $Z_1=20$ ， $da_1=220\text{mm}$ ， $da_2=420\text{mm}$ ，又知实际顶隙 5.5mm ，
求： r_1 ， r_2 ， r_1' ， i_{12}

$$da_1 = m(Z_1 + 2ha^*) = 220 \quad m=10\text{mm}$$

$$da_2 = m(Z_2 + 2ha^*) = 420 \quad Z_2=40$$

$$r_1 = (mz_1)/2 = 100\text{mm}; \quad r_2 = (mz_2)/2 = 200\text{mm}$$

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{20} = 2$$

$$a = r_1 + r_2 = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = 300 \text{ mm}$$

$$c' = \Delta a + c^*m = a' - a + 0.25 \times 10 = 5.5 \text{ mm}$$

$$a' = r_1' + r_2' = r_1' + i_{12}r_1' = 3r_1' = 303 \text{ mm}$$

$$r_1' = 101\text{mm}, r_2' = 202\text{mm}$$