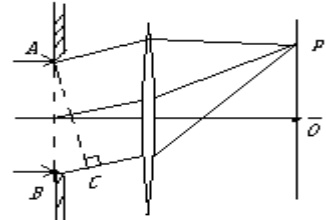


光的衍射习题

一、选择填空题

1、衍射分为两类：光源和接收屏（或两者之一）距离衍射屏__有限远__，叫做菲涅耳衍射；光源和接收屏都距离衍射屏__无限远__，叫做夫琅和费衍射。

2、一束波长为 λ 的平行单色光垂直入射到一单缝 AB 上。在屏幕上形成衍射图样，P 是中央亮条纹一侧第一个暗纹所在的位置，则 BC 的长度为(A)



- (A) λ (B) $\frac{\lambda}{2}$ (C) $\frac{3\lambda}{2}$ (D) 2λ

由暗条纹公式: $\sin \theta_k = k \cdot \frac{\lambda}{b} \approx \theta_k$ 得:

中央亮条纹角宽度: $\Delta\theta_0 = \theta_1 - \theta_{-1} = 2 \frac{\lambda}{b}$

次最大亮条纹角宽度: $\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k = \frac{\lambda}{b}$

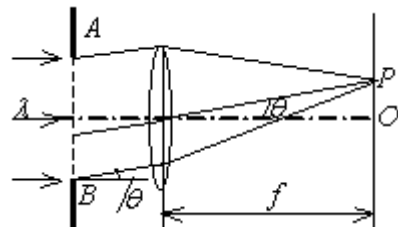
3、一束平行单色光垂直入射在光栅上，当光栅常数($a+b$)为下列哪种情况时(a 代表每条缝的宽度)， $k=3、6、9$ 等级次的主极大均不出现 (B)

- (A) $a+b=2a$. (B) $a+b=3a$. (C) $a+b=4a$. (D) $a+b=6a$.

4、对某一定波长的垂直入射光，衍射光栅的屏幕上只能出现零级和一级主极大，欲使屏幕上出现更高级次的主极大，应该 (B)

- (A) 换一个光栅常数较小的光栅. (B) 换一个光栅常数较大的光栅.
(C) 将光栅向靠近屏幕的方向移动. (D) 将光栅向远离屏幕的方向移动.

5、波长为 $\lambda=480.0 \text{ nm}$ 的平行光垂直照射到宽度为 $a=0.40 \text{ mm}$ 的单缝上，单缝后透镜的焦距为 $f=60 \text{ cm}$ ，当单缝两边缘点 A、B 射向 P 点的两条光线在 P 点的相位差为 π 时，P 点离透镜焦点 O 的距离等于 0.36mm。



6、一束单色光垂直入射在光栅上，衍射光谱中共出现 5 条明纹。若已知此光栅缝宽度与不透明部分宽度相等，那么在中央明纹一侧的两条明纹分别是第

____ 1 ____ 级和第 ____ 3 ____ 级谱线.

7、某单色光垂直入射到一个每毫米有 800 条刻线的光栅上, 如果第一级谱线的衍射角为 30° , 则入射光的波长应为 ____ 625nm ____.

8、衍射光栅主极大公式 $(a+b) \sin\varphi = \pm k\lambda$, $k=0,1,2,\dots$. 在 $k=2$ 的方向上第一条缝与第六条缝对应点发出的两条衍射光的光程差 $\delta =$ ____ 10λ ____.

9、用平行的白光垂直入射在平面透射光栅上时, 波长为 $\lambda_1=440 \text{ nm}$ 的第 3 级光谱线将与波长为 $\lambda_2 =$ ____ 660 ____ nm 的第 2 级光谱线重叠. ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

10、一单色平行光束垂直照射在宽度为 1.0 mm 的单缝上, 在缝后放一焦距为 2.0 m 的会聚透镜. 已知位于透镜焦平面处的屏幕上的中央明条纹宽度为 2.0 mm , 则入射光波长约为 ($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$) (C)

- (A) 100 nm (B) 400 nm (C) 500 nm (D) 600 nm

二、计算题

1、某种单色平行光垂直入射在单缝上, 单缝宽 $a = 0.15 \text{ mm}$. 缝后放一个焦距 $f = 400 \text{ mm}$ 的凸透镜, 在透镜的焦平面上, 测得中央明条纹两侧的两个第三级暗条纹之间的距离为 8.0 mm , 求: 入射光的波长.

解: 设第三级暗纹在 φ_3 方向上, 则有

$$a \sin\varphi_3 = 3\lambda$$

此暗纹到中心的距离为 $x_3 = f \tan\varphi_3$

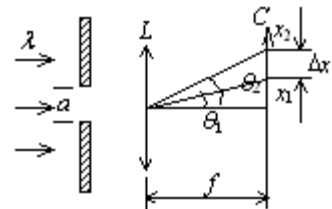
因为 φ_3 很小, 可认为 $\tan\varphi_3 \approx \sin\varphi_3$, 所以

$$x_3 \approx 3f\lambda / a .$$

两侧第三级暗纹的距离是 $2x_3 = 6f\lambda / a = 8.0\text{mm}$

$$\therefore \lambda = (2x_3) a / 6f = 500 \text{ nm}$$

2、在单缝的夫琅禾费衍射中, 缝宽 $a=0.100 \text{ mm}$, 平行光垂直入射在单缝上, 波长 $\lambda=500 \text{ nm}$, 会聚透镜的焦距 $f=1.00 \text{ m}$. 求: 中央亮纹旁的第一个亮纹的宽度 Δx . ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)



解: 单缝衍射第 1 个暗纹条件和位置坐标 x_1 为:

$$a \sin\theta_1 = \lambda$$

$$x_1 = f \tan\theta_1 \approx f \sin\theta_1 \approx f\lambda / a \quad (\because \theta_1 \text{ 很小})$$

单缝衍射第 2 个暗纹条件和位置坐标 x_2 为:

$$a \sin\theta_2 = 2\lambda$$

$$x_2 = f \tan\theta_2 \approx f \sin\theta_2 \approx f2\lambda / a \quad (\because \theta_2 \text{ 很小})$$

单缝衍射中央亮纹旁第一个亮纹的宽度

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= x_2 - x_1 \approx f(2\lambda/a - \lambda/a) \\ &= f\lambda/a \\ &= 1.00 \times 5.00 \times 10^{-7} / (1.00 \times 10^{-4}) \\ &= 5.00 \text{ mm}\end{aligned}$$

3、用每毫米 300 条刻痕的衍射光栅来检验仅含有属于红和蓝的两种单色成分的光谱. 已知红谱线波长 λ_R 在 0.63—0.76 μm 范围内, 蓝谱线波长 λ_B 在 0.43—0.49 μm 范围内. 当光垂直入射光栅时, 衍射角 24.46°处, 红蓝两谱线同时出现.

(1) 在什么角度下红蓝两谱线还会同时出现?

(2) 在什么角度下只有红谱线出现?

解: $\because a+b = (1/300) \text{ mm} = 3.33 \mu\text{m}$

(1) $(a+b) \sin \psi = k\lambda$

$$\therefore k\lambda = (a+b) \sin 24.46^\circ = 1.38 \mu\text{m}$$

$$\because \lambda_R = 0.63\text{—}0.76 \mu\text{m}; \lambda_B = 0.43\text{—}0.49 \mu\text{m}$$

$$\text{对于红光, 取 } k=2, \text{ 则 } \lambda_R = 0.69 \mu\text{m}$$

$$\text{对于蓝光, 取 } k=3, \text{ 则 } \lambda_B = 0.46 \mu\text{m}$$

$$\text{红光最大级次 } k_{\max} = (a+b) / \lambda_R = 4.8,$$

取 $k_{\max} = 4$ 则红光的第 4 级与蓝光的第 6 级还会重合. 设重合处的衍射角为 ψ' , 则 $\sin \psi' = 4\lambda_R / (a+b) = 0.828 \quad \therefore \psi' = 55.9^\circ$

(2) 红光的第二、四级与蓝光重合, 且最多只能看到四级, 所以纯红光的第一、三级将出现.

$$\sin \psi_1 = \lambda_R / (a+b) = 0.207 \quad \psi_1 = 11.9^\circ$$

$$\sin \psi_3 = 3\lambda_R / (a+b) = 0.621 \quad \psi_3 = 38.4^\circ$$

4、波长 $\lambda = 600 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) 的单色光垂直入射到一光栅上, 测得第二级主极大的衍射角为 30°, 且第三级是缺级. 求:

(1) 光栅常数 $(a+b)$ 等于多少?

(2) 透光缝可能的最小宽度 a 等于多少?

(3) 在选定了上述 $(a+b)$ 和 a 之后, 求在衍射角 $-\frac{1}{2}\pi < \varphi < \frac{1}{2}\pi$ 范围内可能

观察到的全部主极大的级次.

解: (1) 由光栅衍射主极大公式得

$$a+b = \frac{k\lambda}{\sin \varphi} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

(2) 若第三级不缺级, 则由光栅公式得

$$(a+b)\sin\varphi' = 3\lambda$$

由于第三级缺级, 则对应于最小可能的 a , φ' 方向应是单缝衍射第一级暗纹: 两式比较, 得 $a\sin\varphi' = \lambda$

$$a = (a+b)/3 = 0.8 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$(3) (a+b)\sin\varphi = k\lambda, \text{ (主极大)}$$

$$a\sin\varphi = k'\lambda, \text{ (单缝衍射极小)} \quad (k' = 1, 2, 3, \dots)$$

因此 $k=3, 6, 9, \dots$ 缺级.

又因为 $k_{\max} = (a+b) / \lambda = 4$, 所以实际呈现 $k=0, \pm 1, \pm 2$ 级明纹. ($k=\pm 4$ 在 $\pi/2$ 处看不到.)

5、光栅平面和透镜都与屏幕平行, 光栅每厘米 5000 刻线, 钠黄光 $\lambda=589 \text{ nm}$ 。

(1) 当光线垂直入射到光栅上时, 能看到的光谱线的最高级次 k_m 是多少?

(2) 当光线以 30° 的入射角 (入射线与光栅平面的法线的夹角) 斜入射到光栅上时, 能看到的光谱线的最高级次 k'_m 是多少

解: 光栅常数 $d=2 \times 10^{-6} \text{ m}$

(1) 垂直入射时, 设能看到的光谱线的最高级次为 k_m , 则据光栅方程有

$$d\sin\theta = k_m\lambda$$

$$\because \sin\theta \leq 1 \quad \therefore k_m\lambda / d \leq 1, \quad \therefore k_m \leq d / \lambda = 3.39$$

$$\because k_m \text{ 为整数, 有 } k_m = 3$$

(2) 斜入射时, 设能看到的光谱线的最高级次为 k'_m , 则据斜入射时的光栅方程有

$$d(\sin 30^\circ + \sin\theta') = k'_m\lambda$$

$$\frac{1}{2} + \sin\theta' = k'_m\lambda / d$$

$$\because \sin\theta' \leq 1 \quad \therefore k'_m\lambda / d \leq 1.5$$

$$\therefore k'_m \leq 1.5d / \lambda = 5.09 \quad \because k'_m \text{ 为整数, 有 } k'_m = 5$$