2015 年哈工大概率统计试题

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设 $P(A)+P(B)=0.7$，且 A,B 只发生一个的概率为 0.5，则 A,B 都发生的概率为 ______________ .

2．设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，则随机变量 $Y=\mathrm{e}^X$ 的概率密度为

$f_Y(y)=$

______________________________ .

3．设随机变量 X，Y 的相关系数为 0.5，$EX=EY=0, EX^2=EY^2=2$，则 $E(X+Y)^2=$______________.

4．生产一个零件所需时间 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，观察 25 个零件的生产时间得 $\bar{x}=5.5$ 秒，样本标准差 $s=1.73$ 秒，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为______________________.

5．设随机变量 X，Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则

$$P\{\max(X,Y)\le 1\}=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .$$

注：可选用的部分数值：$t_{0.05}(24)=1.7109,\ t_{0.025}(24)=2.0639,\ t_{0.025}(25)=2.0595,$

$$\Phi(1.96)=0.975,\ \Phi(1.645)=0.95.$$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设 $0<P(B)<1,\ P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，则

（A） A,B 互不相容 .　　　（B） A,B 互为对立事件.

（C）A,B 相互独立 .　　　（D）A,B 不独立.　　　【　　】

2．下列函数可作为随机变量的分布函数的是

（A） $F(x)=\dfrac{1}{1+x^2},-\infty<x<+\infty$.　　（B）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{1+x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$.

（C）$F(x)=\mathrm{e}^{-x},-\infty<x<\infty$.　　（D）$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}\arctan x,-\infty<x<\infty$.　　【　　】

3．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(1,2^2)$ 的一个样本， 其中 $\bar{X}$ 为样本均值，则下列结论中正确的是

（A） $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-1\right)^2 \sim \chi^2\left(n\right)$.　　　（B） $\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-1\right)^2 \sim F(n,1)$.

（C） $\frac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N\left(0,1\right)$.　　　（D） $\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$.　　　【　　】

4. 设随机变量 $X \sim U[0,\ 6]$，$Y \sim B(12,\ \frac{1}{4})$，且 X,Y 相互独立，则根据切比雪夫不等式有 $P(X-3<Y<X+3) \geq$_________.

（A） $\frac{1}{4}$.　　（B） $\frac{3}{5}$.　　（C） $\frac{3}{4}$.　　（D） $\frac{5}{12}$.　　【　　】

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为其样本均值和样本方差，则下列结论正确的是

（A） $2X_2-X_1 \sim N(\mu,\sigma^2)$.　　　（B） $\frac{n\left(\overline{X}-\mu\right)^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$.

（C） $\frac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2\left(n-1\right)$.　　　（D） $\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1} \sim t(n-1)$.　　　【　　】

三、(9分)某人外出可以乘坐飞机，火车，轮船，汽车四种交通工具，其概率依次为0.05,0.15,0.30,0.5，而乘坐这几种交通工具能如期到达的概率依次为0.80,0.70,0.60,0.90，求：

（1）该人如期到达的概率；（2）已知该人误期到达，求他是乘坐火车的概率。

四、（9分）设二维随机向量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{6}\mathrm{e}^{-(\frac{x}{2}+\frac{y}{3})}, & x\geq 0, y\geq 0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$,

求：（1） (X,Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，并问 X,Y 是否相互独立？ 为什么？

（2） $Z=X+Y$ 的概率密度.

五、（9分）设随机向量 (X,Y) 服从区域 $G=\{(x,y)|0\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 2\}$ 上二维均匀分布，

$U=|X-Y|$，求（1）U 的概率密度 $f_U(u)$；（2）U 的期望 EU 和方差 DU.

六、（9 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\theta}, & \theta\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

其中 θ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本。求：

（1）θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；（2）讨论 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 无偏性。

七、(4 分)设某商店每月销售某种商品的数量服从参数为 6 的泊松分布，问在月初要库存多少此种商品才能保证当月不脱销的概率为 0.99117？ (泊松分布表见下图表)

m \ λ	4	5	6	7	8
11	0.00284	0.01370	0.04362	0.09852	0.018411
12	0.00092	0.00545	0.02009	0.05335	0.11192
13	0.00027	0.00202	0.00883	0.02700	0.06380

$$\sum_{k=m}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

主管领导审核签字

哈尔滨工业大学 2016 学年 秋 季学期

试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

片纸鉴心 诚信不败

授课教师______ 姓名______ 学号______ 院系______

密 封 线

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设事件 A，B 满足 $P(B\mid A)=\dfrac{1}{5}$，$P(\bar{B}\mid\bar{A})=\dfrac{2}{5}$，$P(A)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(B)=$____________.

2．设随机变量 $X\sim U(-1,1)$，则 $Y=e^X$ 的概率密度 $f_Y(y)=$__________.

3．设随机变量 X,Y 的相关系数为 0.5，若 $Z=X-0.4$，则 Y 与 Z 的相关系数为_______________.

4．设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知，现从中随机抽取 16 个零件，测得样本均值为 $20(\mathrm{cm})$，样本标准差为 $1(\mathrm{cm})$，则 μ 的置信度为 0.90 的置信置信区间为________________________.

5．设随机变量 X,Y 的联合概率密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，则 $D(2X-Y)$_______________.

可选用的部分数值：$t_{0.025}(16)=2.1199, t_{0.05}(15)=1.7531,$
$t_{0.025}(14)=2.1448, t_{0.05}(14)=1.7613,$
$\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95.$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设随机变量 X 和 Y 独立，且均服从正态分布 $N(0,1)$，则下面错误的是

（A）$Cov(X+Y,X-Y)=0$.　　（B）$(X+Y)^2/(X-Y)^2$ 服从 F 分布.

（C）$X+Y$ 和 $(X-Y)^2$ 独立.　　（D）$(X+Y)^2+(X-Y)^2$ 服从 $\chi^2(1)$ 分布．　【　　】

2．设为连续型随机变量，方差存在，则对任意常数 C 和 ε，必有

（A）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\geq 1-DX/\varepsilon^2$.　　（B）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\leq E|X-C|^2/\varepsilon^2$.

（C）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\geq 1-E|X-C|^2/\varepsilon^2$.　　（D）$P(|X-C|\geq\varepsilon)\leq DX/\varepsilon^2$.　【　　】

草 纸

（草纸内不得答题）

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

3. 下列函数可作为随机变量的概率密度函数的是

（A） $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}, x\in R$.

（B） $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$.

（C） $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}arctan(x), x\in R$.

（D） $f(x)=\frac{1}{1+x^2}, x\in R$. 【　　】

4. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $E\overline{X}^2=$

（A） $\frac{\lambda}{n}$.

（B） λ^2.

（C） $\frac{\lambda}{n}+\lambda^2$.

（D） $\frac{\lambda^2}{n}+\lambda$. 【　　】

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本， 其中 $\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，S^{*2} 为样本的二阶中心矩，则

（A） $\sqrt{n}(X_n-\mu)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}(X_i-\mu)^2}\sim t(n-1)$.

（B） $\frac{\overline{X}-\mu}{S^*}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$.

（C） $(\frac{n}{2}-1)\sum_{i=1}^{2}X_i^2\Big/\sum_{i=3}^{n}X_i^2\sim F(2,\ n-2)$.

（D） $\frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n-1}\sim t(n-1)$. 【　　】

三、（9 分）假设有两箱同种零件，第一箱内装 50 件，其中有 10 件一等品；第二箱内装 30 件，其中有 18 件一等品。现从两箱中任挑一箱，然后从该箱中先后取出两个零件（不放回），试求（1）先取出的零件是一等品的概率；（2）在先取出的零件是一等品的条件下，第二次取出的仍然是一等品的概率.

草　　纸

（草纸内不得答题）

院系________ 学号________ 姓名________ 授课教师________

密 封 线

四、（9分）设总体 X 服从区间 $[1,\theta]$ 上的均匀分布，$\theta>1$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 X 的样本.（1）求统计量 $X_{(n)}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$ 的概率密度函数；（2）求 $X_{(n)}$ 的期望和方差.

草　纸

（草纸内不得答题）

授课教师

姓名

学号

院系

密

封

线

五、（9 分）设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-y}, & 0<x<y, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求（1）$M=\max(X,Y)$的概率密度；（2）$Z=\max(X,Y)+\min(X,Y)$的概率密度；(3) $P(X+Y<1)$.

草　纸

（草纸内不得答题）

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

六、(9 分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中参数 $\lambda(\lambda>0)$ 未知，$X_1,X_2,\dots X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.（1）求参数 λ 的矩估计量;（2）求参数 λ 的最大似然估计量.

七、(4 分)设某商场在任意的 $[t_0,t_0+t]\ (t>0)$ 的时间间隔内顾客人数 $N(t)$ 服从参数为 λt 的泊松分布，求（1）相邻到来的两位顾客之间的等待时间 X 的分布（分布函数或者概率密度）; (2) 已经一个小时没有顾客的情况下，接下来的一个小时仍然没有顾客光临的概率?

草 纸

（草纸内不得答题）

主管领导审核签字

哈尔滨工业大学 2017 学年秋季学期

《概率论与数理统计 A》试　题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	总分
得分													
阅卷人													

片纸鉴心 诚信不败

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密　封　线

一、单项选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．若 A,B 为任意两个随机事件，则 【　　】

（A）$P(AB)\le P(A)P(B)$.　　（B）$P(AB)\ge P(A)P(B)$.

（C）$P(AB)\le \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$.　　（D）$P(AB)\ge \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$.

2. 给定总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 已知，令$H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\ne\mu_0$，则 【　　】

（A）显著性水平$\alpha=0.05$时拒绝H_0，则$\alpha=0.01$时也拒绝H_1；

（B）显著性水平$\alpha=0.05$时接受H_0，则$\alpha=0.01$时拒绝H_1；

（C）显著性水平$\alpha=0.05$时拒绝H_0，则$\alpha=0.01$时接受H_1；

（D）显著性水平$\alpha=0.05$时接受H_0，则$\alpha=0.01$时也接受H_1；

3．设总体$X\sim B(m,\theta)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自该总体的简单随机样本，$\overline{X}$为样本均值，则$E[\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2]=$

（A）$(m-1)n\theta(1-\theta)$.　　（B）$m(n-1)\theta(1-\theta)$.　【　　】

（C）$(m-1)(n-1)\theta(1-\theta)$.　　（D）$mn\theta(1-\theta)$.

4．设二维随机变量(X,Y)服从正态分布$N(2,1;2,1;0)$，则$E(XY-Y)=$______.　【　　】

（A）　0　　（B）2　　（C）1　　（D）4

5．设随机变量$X\sim U[0,1],Y\sim N(1,2^2)$，且$X$与$Y$独立，令$Z=X+Y$，则根据切比雪夫不等式$P(|Z-1.5|<7)\ge$______.

【　　】

草　纸

（草纸内不得答题）

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{5}{6}$　（D）$\frac{11}{12}$

二、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(B)=0.5$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(B-A)=$ ________________.

2．设随机变量 X 具有概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ ，则 $Y=\ln X$ 的概率密度 $f_Y(y)=$________________.

3．设 $X\sim N(2,1),\ Y\sim N(0,\ 2)$，且 X,Y 相互独立，令 $Z=XY$ ，则 Z 的方差 $D(Z)=$ ________________.

4．设总体 $X\sim N(\mu,0.04)$，抽取容量设总体 $X\sim N(\mu,0.04)$，抽取容量为 16 的样本，测得均值为 1.416，若 μ 的置信区间是（1.416-0.098，1.416+0.098），则置信度为__________.

5．设有三台机器用来生产规格相同的铝合金薄板，取样，测量薄板的厚度（厘米），检验各台机器生产的薄板厚度有无显著差异，得如下方差分析表：

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
因素 误差	0.00105333 0.000192	2 12	0.00052667 0.000016	______________
总和	0.00124533	14		

在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，得到的检验结论是___________________.

三、（6 分）病树的主人外出，委托邻居浇水，设已知如果不浇水，树死去的概率为 0.8. 若浇水则树死去的概率为 0.1. 有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水。

（1）求主人回来树还活着的概率；

（2）若主人回来树已死去，求邻居忘记浇水的概率.

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密　封　线

草　纸

（草纸内不得答题）

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

四、(9 分). 设二维随机变量(X,Y)在区域$D=\{(x,y)|0<x<1,x^2<y<\sqrt{x}\}$上服从均匀分布，令$U=\begin{cases}1, & X\le Y,\\ 0, & X>Y.\end{cases}$

（Ⅰ）写出(X,Y)的概率密度；

（Ⅱ）问X与Y是否相互独立？并说明理由；

（Ⅲ）求$Z=U+X$的分布函数$F(z)$.

草　　纸

（草纸内不得答题）

院系________ 学号________ 姓名________ 授课教师________

密 封 线

五、（6 分）设随机变量$X \sim U[0,1]$, $Y = X^2 - 4X + 1$ ，

求（1） EY，DY ；

（2） X 和Y 的相关系数。

草　纸

（草纸内不得答题）

授课教师＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 院系＿＿＿＿＿＿

密 封 线

六、（9 分）设总体 X 的概率密度函数是 $f_X(x)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}$ （σ 未知）， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，

（1）求 σ 的矩估计 $\hat{\sigma}_1$ 和最大似然估计 $\hat{\sigma}_2$；

（2）判别 $\hat{\sigma}_1$ 和 $\hat{\sigma}_2$ 的无偏性；

（3）求 σ 的 C-R 方差下界；

草　　纸

（草纸内不得答题）

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

七、(14 分) 为了研究某一化学反应过程中，温度 x（℃）对产品得率 y（%）的影响，测得数据如下

温度 x（℃）	100	110	120	130	140	150
得率 y （%）	45	51	54	61	66	71

计算

（1）画散点图；x 和 y 之间是否大致呈线性关系？

（2）用最大似然法求出回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$ ；

（3）求回归标准差 $\hat{\sigma}$；

（4）给出 b 的置信度为 95%的置信区间；

（5）用 F 检验对回归方程作显著性检验（$\alpha=0.05$）.

草　　纸

（草纸内不得答题）

一、填空题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1. 设事件 A, B 满足 $P(AB)=P(\bar{A}\,\bar{B})$，且 $P(A)=p$，则 $P(B)=$____________.

2. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布列为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.1
1	0	0.2	c

且 $P(XY\neq 0)=0.4$，$P(Y\le 0|X\le 0)=2/3$，则 $(a,b,c)=$____________.

3. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A\mathrm{e}^{-(2x+3y)}, & x>0,\ y>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

则 $E(XY)=$____________.

4. 设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)$，其中 $\mu_1=1$，$\mu_2=2$，$\sigma_1^2=2$，$\sigma_2^2=8$，$\rho=0.2$，则 $X-2Y$ 服从的分布为________________.

5. 某旅行社随机访问了 25 名游客，得知其平均消费额 $\bar{x}=80$ 元，样本标准差 $s=12$ 元，若已知旅行者消费额服从正态分布，则评价消费额 μ 的 95%置信区间为____________.

（$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$；$t_{0.05}(25)=1.7081$）

二、选择题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1. 设 $0<P(A)<1$，$P(B)>0$，且 $P(B|A)=P(B|\bar{A})$，则必有（　　）

（A）$P(A|B)=P(\bar{A}|B)$；　　（B）$P(A|B)\neq P(\bar{A}|B)$；

（C）$P(AB)=P(A)P(B)$；　　（D）$P(AB)\neq P(A)P(B)$.

2. 下列函数可作为连续型随机变量概率密度的是（　　）.

（A）$f(x)=\begin{cases}\sin x, & \pi\le x\le 3\pi/2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　（B）$g(x)=\begin{cases}-\sin x, & \pi\le x\le 3\pi/2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；

（C）$\varphi(x)=\begin{cases}\cos x, & \pi\le x\le 3\pi/2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　（D）$h(x)=\begin{cases}1-\cos x, & \pi\le x\le 3\pi/2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$.

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$ 将（　　）.

（A）单调增大；　　　　　　（B）单调减少；
（C）保持不变；　　　　　　（D）增减不定.

4. 设随机变量 X 服从指数分布，$Y=\begin{cases} X, & 2<X<5 \\ 0, & 其它 \end{cases}$ 的分布函数（　　）.

（A）是连续函数；　　　　　　（B）至少有两个间断点；
（C）是阶梯函数；　　　　　　（D）恰好有一个间断点.

5. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，下列不是无偏估计的是（　　）

（A）$\overline{X}$；　　（B）$\frac{2}{3}\overline{X}-\frac{1}{3}S^2$；　　（C）$\frac{1}{2}\overline{X}+\frac{1}{2}S^2$；　　（D）$\frac{4}{3}\overline{X}-\frac{1}{3}S^2$.

三、（8 分）甲袋中有 2 个白球 3 个黑球，乙袋中有 3 个白球 2 个黑球，从甲袋中取出一个放入乙袋，再从乙袋中任取一个，若放入乙袋的球和从乙袋中取出的球是同色的，求放入乙袋的是黑球的概率.

四、（8 分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y; \\ 0, & 其他, \end{cases}$$

求（1）在 $X=x$ 条件下，Y 的条件概率密度；（2）$Z=Y-X$ 的概率密度.

五、（8 分）设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 24xy, & (x,y)\in G; \\ 0, & 其他, \end{cases}$$

其中 G 为坐标轴与直线 $x+y-1=0$ 所围的三角形区域，计算 $E(X)$，$D(X)$，以及 X 与 Y 的相关系数 ρ.

六、（12 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} 3e^{-3(x-\theta)}, & x>\theta; \\ 0, & x\le\theta, \end{cases}$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自此总体的样本，求（1）θ 的矩估计 $\widehat{\theta}_1$ 与最大似然估计 $\widehat{\theta}_2$；（2）判断 $\widehat{\theta}_1$ 与 $\widehat{\theta}_2$ 是否为无偏估计，如果不是请分别相应给出修正后的无偏估计；（3）比较（2）中无偏估计的有效性.

七、（4 分）某射手的射击命中率为 3/4， 现对一目标连续射击，直到第二次命中为止，令 X 表示第二次为止所用的射击次数，求 X 的概率分布，并计算 X 的期望.

2018年秋季学期概率论与数理统计期末考试试题及答案

一、填空题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1．设事件 A 与 B 互斥，且 $P(A)=0.2,\ P(B)=0.5$，则 $P(\overline{A}\ \overline{B})=$______.

2. 设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，且 $X_1 \sim U(0,6), X_2 \sim E(0.5), X_3 \sim P(2)$，则

$Y=X_1-2X_2+3X_3$ 的方差 $DY=$______.________________.

3. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=Ae^{-2x^2+2xy-y^2}, x\in R, y\in R$$

则 $D(X+2Y)=$___________.

4.设 $X\sim U(0,1), Y$ 服从两点分布 $B(1,0.5)$，且 X,Y 独立， $Z=X+Y$, 则 $Z^{1/2}$ 的数学期望为___________.

5. 设由来自总体 $X\sim N(\mu,0.9^2)$ 容量为9的样本的样本均值 $\overline{x}=5$，则未知参数 μ 的置信度为0.95的置信区间是_________.___________.

$t_{0.05}(9)=1.8331,\ t_{0.025}(9)=2.2622,\ t_{0.05}(8)=1.8595,\ t_{0.025}(8)=2.3.60$，Φ（1.645)=0.95，Φ（1,96)=0. 975

二、选择题（每小题 **3** 分，共 **5** 小题，满分 **15** 分）

1. 5人以摸彩方式决定谁能得唯一的一张电影票，今设 A_i 表示第 i 个人摸到 $(i=1,2,3,4,5)$，则下列结果中有一个不正确，它是（　　）.

（A）$P(\overline{A}_1A_2)=\dfrac{1}{4}$；（B）$P(\overline{A}_1A_2)=\dfrac{1}{5}$；（C）$P(A_3\mid\overline{A}_1\overline{A}_2)=\dfrac{1}{3}$；（D）$P(A_5)=\dfrac{1}{5}$.

.

2．设 X_1 和 X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，则（　　）

（A） $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

（B） $f_1(x)\,f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

（C） $F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数；

（D） $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

.

3. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 对于常数 *k>0*，则概率 $P(|X-\mu|\le k\sigma)$（　　）

（A）只与 u 有关；　　　　（B）只与 k 有关；

（C）只与 σ 有关；　　　　（D）与 μ,σ,k 均有关.

4. 设随机变量 X 概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x^2, 0<x<3\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，则 $Y=\begin{cases}X, & 1<X<2\\ 1, & X\le 1\\ 2, & X\ge 2\end{cases}$ 的分布函数（　　）.

（A）是连续函数；　　（B）恰好有一个间断点；

（C）恰好有两个间断点；　　（D 恰好有三个间断点；

5. 设随机变量 X,Y 独立同分布，$EX=2$．$P(XY<5)=0.7$，$P(XY\le 3)=0.3$，则由切比雪夫不等式有 DXY（　　）

（A）≤ 0.6；　　（B）≥ 0.4；　　（C）≥ 0.6；　　（D）≤ 0.4.
.

三、(8 分) 甲袋中有 3 个白球和 2 个黑球，乙袋中有 4 个白球和 4 个黑球，从甲袋中取出 2 个球放入乙袋，再从乙袋中任取一个球。(1) 求从乙袋中取出的 1 个球是白球的概率；(2) 若放入乙袋的 2 个球和从乙袋中取出的 1 个球是同色的，求放入乙袋的 2 个球均为白球的概率。

四、(8 分) 设 (X,Y) 有概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1,\ 0<y<2(1-x)\\ 0, & 其他\end{cases}$，

求 (1) $Z=X-Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$；(2) 在 $X=x$ 条件下，Y 的条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

五、(8 分) 设随机变量 X 和 Y 的联合分布在以点 $(0,1)$，$(1,0)$，$(1,1)$ 为顶点的三角形区域内服从均匀分布，试求(1))随机变量 $Z=X-2Y$ 的方差;(2) X 和 Y 的相关系数 ρ.

六、(12 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}2x/\theta^2, & 0\le x\le\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 X 的一个简单随机样本。(1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；(2) 问 $\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$ 是否是 θ 的无偏估计量？并说明理由；(3) 若不是无偏估计量，请修正为无偏估计量然后再比较两个估计量的有效性。

七、(4 分) 某人向一目标反复独立地进行射击，每次射击命中目标的概率为 p ($0<p<1$)，直到命中目标 r 次为止，X 表示射击次数，求 (1) X 的分布列；(2) EX, DX

主管领导审核签字

授课教师＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 院系＿＿＿＿

密 封 线

哈尔滨工业大学 2020 学年秋季学期

《概率论与数理统计 C》试　题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

片纸鉴心 诚信不欺

一、单项选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 A，B，C 为任意随机事件，且 $P(ABC)>0$，如果 $P(AB|C)=P(A|C)P(B|C)$，则 【　　】

（A）$P(C|AB)=P(C|A)$.　　（B）$P(C|AB)=P(C|B)$.

（C）$P(B|AC)=P(B|A)$.　　（D）$P(B|AC)=P(B|C)$.

2. 设 $f(x)$ 为某一随机变量 X 的概率密度，且 $f(1+x)=f(1-x)$，$\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=0.6$，则 $P(X<0)=$ 【　　】

（A）0.2.　　（B）0.4.　　（C）0.6.　　（D）0.8.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $G=\{(x,y)|0<x<1,-x<y<x\}$ 上服从均匀分布，则关于 X 的边缘概率密度为【　　】

（A）$f_X(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$　　（B）$f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

（C）$f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$　　（D）$f_X(x)=\begin{cases}4x^3, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

4. 设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(-1,-1;2,5;0)$，则 $E(XY^2)=$ 【　　】

（A）9.　　（B）6.　　（C）-6.　　（D）-9.

5. 设随机变量 X，Y 相互独立，X 服从参数为 3 的泊松分布，Y 服从参数为 0.5 的指数分布，则 $D(3X-2Y)=$ 【　　】

（A）1.　　（B）11.　　（C）17.　　（D）43.

草　纸

（草纸内不得答题）

授课教师______ 姓名______ 学号______ 院系______

密 封

二、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 A，B，C 为随机事件，$P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AC)=0$，$P(AB)=P(BC)=\dfrac{1}{12}$，则 A，B，C 恰有一个发生的概率为 ____________________.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}, & x>0,\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则 $Y=\ln X$ 的概率密度

   $f_Y(y)=$ ____________________.

3. 设随机变量 X 服从参数为0.5的几何分布，$Y\sim U(0，4)$，$E(XY)=5$，应用切比雪夫不等式估计 $P(|X-Y|<4)$ ____________________.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_5$ 是来自总体 $X\sim N(1,4)$ 的简单随机样本，$\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{4}X_i$，$T=\sum_{i=1}^{4}(X_i-\bar{X})^2$， 则统计量 $\dfrac{12(X_5-\bar{X})^2}{5T}$ 服从 ____________________.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 是来自总体 $X\sim N(\mu，4)$ 的简单随机样本，样本均值 $\bar{x}=18$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ____________________.

（注：可选用的部分数值 $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.05}(15)=1.7531$, $t_{0.025}(15)=2.1315$，$t_{0.05}(16)=1.7459$, $t_{0.025}(16)=2.1199$）

三、（满分 9 分）

设甲袋中装有 5 个红球， 4 个白球；乙袋中装有 4 个红球，5 个白球. 现在从甲袋中任取 2 个球放入乙袋，然后从乙袋中任取一个球.

（1）求从乙袋中取到白球的概率；

（2）若从乙袋中取到红球，求从甲袋中取到两个白球的概率.

四、（满分 9 分）

设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, & 0<x<y,\\ 0， & 其他.\end{cases}$$

（1）求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

草　纸

（草纸内不得答题）

（2）求 $Z=\max\{X,Y\}$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

五、（满分 9 分）设随机变量 X，Y 相互独立，$X\sim U(0\ ,\ 1)$，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{2y}{\pi^2}, & 0<y<\pi,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

（1）求 $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$；

（2）令 $U=\max\{X,Y\}$，$V=\min\{X,Y\}$，求 $E(U+V)$.

六、（满分 9 分）设总体 X 的分布函数为

$$F(x\ ;\ \theta)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.

（1） 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；

（2）上述两个估计 $\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$ 是否为 θ 的无偏估计量，若不是请修正为无偏估计量;

（3）讨论 $\hat{\theta}_2$ 是否为 θ 的相合估计.

七、（满分 4 分）设随机变量 X，Y 相互独立，X 的概率分布为 $P(X=0)=\dfrac{1}{4}$，$P(X=1)=\dfrac{1}{2}$，$P(X=2)=\dfrac{1}{4}$，

Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0<y<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

求 $Z=X+Y$ 的分布函数 $F_z(z)$.

草　　纸

（草纸内不得答题）

院系　　学号　　姓名　　授课教师

密　封