2021年度概率统计（C）秋季学期期末考试题

一、填空题（每小题**3** 分，共**5** 小题，满分**15** 分）

1.设相互独立的三个事件 A,B,C 满足条件：$P(A)=0.4,\ P(B)=0.5,\ P(C)=0.5$，则

$P(A-C\,|\,AB\cup C)=$______________.

2. 随机向量 (X,Y) 的分布列为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	c	0	0.2
0	0.1	b	0.1
1	0	0.2	a

且 $P(XY=0)=0.6$，$P(Y\ge 0|X\ge 0)=\dfrac{3}{4}$，则 $a+3b+3c=$______________.

3. 随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & 0<x<1\\ \dfrac{1}{4}, & 1<x<3\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则 $Y=1-3X$ 的概率密度函数

$f_Y(y)=$__________.

4. 设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)$，其中 μ_1=1，μ_2=2，σ_1^2=2，σ_2^2=1，ρ=$1/\sqrt{2}$，则有 $D(2X+3Y)=$______

5. 随机地取某种炮弹9发作试验，测得炮口速度的样本标准差 $S=11m/s$. 设炮弹出口速度 X 服从 $N(\mu,\sigma^2)$，求这种炮弹的出炮口速度的方差 σ^2 的置信度为95%的置信区间________________.

($\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.975}(8)$=2.18，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$；$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$)

二、选择题（每小题**3** 分，共**5** 小题，满分**15** 分）

1. 设 A,B,C 是三个独立的随机事件且 $0<P(A),P(B),P(C)<1$. 则在下列给定的四对事件中不相互独立的是（）

（A）$A\cup B$ 与 C；（B）$\overline{AB}$ 与 $\overline{C}$；（C）$\overline{A-B}$ 与 $\overline{C}$；（D）$\overline{BC}$ 与 $\overline{C}$.

2. 下列函数中可以作为某随机变量分布函数的是（）

（A）$F(x)=\begin{cases}0 & ,\ x<0\\ \dfrac{1}{2} & ,0\le x\le 1\\ \dfrac{3}{4} & ,1<x<2\\ 1 & ,\ x\ge 2\end{cases}$；（B）$F(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}, & x\ge 0\\ 0 & ,\ x<0\end{cases}$；

（C）$F(x)=\begin{cases}0 & ,\ x<0\\ \sin x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{4}\\ x & ,\ \dfrac{\pi}{4}\le x<1\\ 1 & ,\ x\ge 1\end{cases}$；（D）$F(x)=\begin{cases}0 & ,x\le 0\\ \dfrac{x^2}{2}, & 0<x\le 1\\ -\dfrac{3}{2}+2x-\dfrac{x^2}{2} & ,1<x\le 2\\ 2 & ,\ x>2\end{cases}$.

3.设 $X\sim U(0,1), Y$的分布列为$P(Y=0)=1/2=P(Y=2)$，且 X,Y 独立，$Z=2X+Y$, 则 $D(Z^{1/2})$ 为（）

（A）9/16;（B）13/16;（C）8/9;（D）2/9.

4. 设随机变量 $X\sim N(6,9)$， $Y\sim P(6)$，且 $\rho_{X,Y}=1/\sqrt{6}$，则根据切比雪夫不等式有：

$P(X-4<Y<X+4)$（）.

（A）≥9/16;（B）≥7/16;（C）≤9/16;（D）≤7/16

5．设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的样本，则下列结论正确的是（）.

（A）$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从 $\chi^2(n-1)$ 分布；

（B）$(\overline{X}-\mu)\sqrt{n(n-1)}/\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}\sim t\ (n-1)$；

（C）$\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从 $\chi^2(n)$ 分布；

（D）$S^{*2}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从 $\chi^2(n-1)$ 分布.

三、(8 分）设有 n 盒产品，第 i 盒中的产品的使用寿命服从参数为 $\lambda_i(\lambda_i>0, i=1,2,\cdots,n)$ 的指数分布。现等可能地从这 n 盒中任取一盒，再从该盒中取一件产品，求该产品的使用寿命 X 的概率密度函数。

四、(8 分）设随机变量 X 和 Y 的联合分布在以点 $(0,1)$，$(1,0)$，$(1,1)$ 为顶点的三角形区域内服从均匀分布，$M=\max(X,Y), N=\min(X,Y)$，试求（1）随机变量 $V=2X+Y$ 方差；（2）MN 的期望。

五、（8 分）设随机变量 X ~（$-\pi/2$，$\pi/2$）上均匀分布，求随机变量 $Y=\cos X$ 的概率密度函数 $f(x)$

六、（12 分）设总体 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} 4x^2e^{-x^2/\alpha^2}/\sqrt{\pi}\alpha^3, & x>0,\ \text{其中}\alpha>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，

$X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.求（1）α 的矩估计 $\hat{\alpha}_1$ 和 α^2 最大似然估计 $\hat{\alpha}_2^2$；（2)矩估计 $\hat{\alpha}_1$ 是否为 α 的无偏估计量？（3)最大似然估计 $\widehat{\alpha_2^2}$ 是否是 α^2 的无偏估计量？（4）$\widehat{\alpha_1}$ 是否为 α 相合估计？为什么？

七、（4 分）设 X 与 Y 独立同分布的随机变量，且有：$P(X=i)=1/m, i=1,2,\cdots,m$

求 $E|X-Y|$