

## 2022 年度概率论与数理统计模拟题2

### 一、填空题

1. 设  $A, B, C$  随机事件, 且  $A$  与  $B$  互不相容,  $A$  与  $C$  互不相容,  $B$  与  $C$  相互独立. 若  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$ , 则  $P(B \cup C | A \cup B \cup C) =$

2. 设二维随机变量  $(X, Y)$  服从正态分布  $N(\mu, \mu; \sigma^2, \sigma^2; 0)$ , 则  $E(XY^2) =$

3. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$   $F(x)$  为  $X$  的分布函数,  $E(X)$

为  $X$  的数学期望, 则  $P\{F(X) > E(X) - 1\} =$

4. 设随机变量  $Y$  服从参数为 1 的指数分布,  $a$  为常数且大于零, 则  $P\{Y \leq a + 1 | Y > a\} =$

5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本, 样本均值  $\bar{X} = 9.5$ , 参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为 10.8, 则  $\mu$  的置信度为 0.95 的双侧置信区间为

### 二、选择题

1. 设随机变量  $X \sim U(0, 3)$ , 随机变量  $Y$  服从参数为 2 的泊松分布, 且  $X$  与  $Y$  协方差为  $-1$ , 则  $D(2X - Y + 1) = ( )$

(A) 1.                      (B) 5.                      (C) 9.                      (D) 12.

2. 设随机变量  $X \sim N(0, 1)$ , 在  $X = x$  条件下随机变量  $Y \sim N(x, 1)$ , 则  $X$  与  $Y$  的相关系数为 ( )

(A)  $\frac{1}{4}$ .                      (B)  $\frac{1}{2}$ .                      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

3. 设  $A, B, C$  为三个随机事件, 且  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$ ,  $P(AB) = 0$ ,  $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{12}$ , 则  $A, B, C$  中恰有一个事件发生的概率为 ( )

(A)  $\frac{3}{4}$ .                      (B)  $\frac{2}{3}$ .                      (C)  $\frac{1}{2}$ .                      (D)  $\frac{5}{12}$ .

4. 设随机变量  $X$  的概率密度  $f(x)$  满足  $f(1+x) = f(1-x)$ , 且  $\int_0^2 f(x) dx = 0.6$ , 则  $P\{X < 0\} = ( )$

(A) 0.2.                      (B) 0.3.                      (C) 0.4.                      (D) 0.5.

5. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本, 据此样本检验假设:  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ , 则 ( )

(A) 如果在检验水平  $\alpha = 0.05$  下拒绝  $H_0$ , 那么  $\alpha = 0.01$  下必拒绝  $H_0$ .

- (B) 如果在检验水平  $\alpha = 0.05$  下拒绝  $H_0$ , 那么  $\alpha = 0.01$  下必接受  $H_0$ .  
(C) 如果在检验水平  $\alpha = 0.05$  下接受  $H_0$ , 那么  $\alpha = 0.01$  下必拒绝  $H_0$ .  
(D) 如果在检验水平  $\alpha = 0.05$  下接受  $H_0$ , 那么  $\alpha = 0.01$  下必接受  $H_0$ .

三、

三个箱子, 第一个箱子中有 4 个黑球, 1 个白球; 第二个箱子中有 3 个黑球, 3 个白球; 第三个箱子中有 3 个黑球, 5 个白球. 现随机地取一个箱子, 再从这个箱子中取出一个球,

求 (1) 该球是白球的概率;

(2) 若已知取出一个白球的条件下, 它来自第一个箱子的概率。

四、

已知  $X$  与  $Y$  独立同分布, 且  $X \sim N(0,1), Z = X + Y$

求 (1) 利用卷积公式求  $Z$  的概率密度  $f_z(z)$ ;

(2) 利用 (1) 的结论试给出  $n$  个相互独立的正态随机变量的线性函数服从何分布?

五、

设随机变量  $X, Y$  相互独立,  $X \sim B\left(2, \frac{1}{3}\right), Y \sim U[0,1]$ , 设  $Z = X + Y$ ,

求  $Z$  的分布函数及  $EZ$

六、

设总体  $X \sim U[\theta_1, \theta_2], (\theta_1 < \theta_2) X_1, \dots, X_n$  为来自  $X$  的一个简单随机样本,  
求 (1)  $\theta_1, \theta_2$  的矩估计;

(2)  $\theta_1, \theta_2$  的似然估计

七、

实验室器皿中产生甲、乙两类细菌的机会是相等的, 且产生  $k$  个细菌的概率为  $p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0, 1, 2, \dots$  试求产生了甲类细菌但没有乙类细菌的概率。