

15. 设 A, B, C 为三个事件, 且 A, B 独立, A, C 独立, B, C 互不相容, $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, $P(AC | AB \cup C) = \frac{1}{4}$, 则 $P(C) = (\quad)$.
- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

4. 设事件 A, B 满足 $P(B|A) = P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{1}{3}$, $P(A) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设口袋中有红球、白球、黑球各一个, 从中有放回地取球, 每次取一个, 直到三种颜色的球都取到时停止, 则取球数恰好为 4 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$, 则下列各式正确的是 (\quad).
- (A) $0 \leq f(x) \leq 1$ (B) $P(X=x) = f(x)$
 (C) $P(X=x) = F(x)$ (D) $P(X=x) \leq F(x)$

8. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P(|X-\mu_1| < 1) > P(|Y-\mu_2| < 1)$, 则必有 (\quad).
- (A) $\sigma_1 < \sigma_2$ (B) $\sigma_1 > \sigma_2$ (C) $\mu_1 < \mu_2$ (D) $\mu_1 > \mu_2$

10. 设 $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$, 设 $P(X \leq \mu - 4) = p_1$, $P(Y \geq \mu + 5) = p_2$, 则 (\quad).
- (A) 对任意实数 μ 有 $p_1 = p_2$ (B) $p_1 < p_2$
 (C) $p_1 > p_2$ (D) 只对 μ 的个别值才有 $p_1 = p_2$

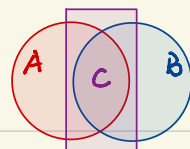
12. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, 记随机变量 $Y = F(X)$, 则概率 $P(Y \leq 0.5)$ 的值 (\quad).
- (A) 与参数 μ 和 σ 均有关 (B) 与参数 μ 有关, 与 σ 无关
 (C) 与参数 μ 无关, 与 σ 有关 (D) 与参数 μ 和 σ 均无关

10. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0, 1)$, Y 的概率分布为 $P(Y=0) = P(Y=1) = \frac{1}{2}$, 令 $Z = XY$, $F_Z(z)$ 为 Z 的分布函数, 则函数 $F_Z(z)$ 的间断点个数为 (\quad).
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

11. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布, 且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数为 (\quad).
- (A) $[F(x)]^2$ (B) $F(x)F(y)$
 (C) $1 - [1 - F(x)]^2$ (D) $[1 - F(x)][1 - F(y)]$

13. 下列二元函数中, 能够作为分布函数的是 (\quad).

- (A) $F(x, y) = \begin{cases} 1, & x+y > 0.8, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
 (B) $F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y e^{-u-v} du dv$
 (C) $F(x, y) = \begin{cases} \int_0^x \int_0^y e^{-u-v} du dv, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
 (D) $F(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$



$$P(C) \geq P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

3. 若当事件 A, B 同时发生时, 事件 C 必发生, 则 (B).
- (A) $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$ (B) $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$
 (C) $P(C) = P(AB)$ (D) $P(C) = P(A \cup B)$

5. 设 A, B 是两个事件, 若 $P(AB) = 0$, 则 (D).

不可能同时发生.

(A) A, B 互不相容
 (C) $P(A) = 0$ 或 $P(B) = 0$

- (B) AB 是不可能事件
 (D) AB 未必是不可能事件

→ 概率为 0 不一定为不可能事件, 概率为 1 不一定为必然事件.

6. 设事件 A, B 满足 $AB = \emptyset$, 则下列结论中肯定正确的是 (D).

- (A) \bar{A}, \bar{B} 互不相容 (B) \bar{A}, \bar{B} 相容 当 A, B 为对立事件时, A 与 B 互不相容.
 (C) $P(AB) = P(A)P(B)$ 判定独立条件. (D) $P(A-B) = P(A) \leftarrow P(AB) = 0 \leftarrow AB = \emptyset$.

7. 下列命题中, 正确的是 (C).

- (A) 若 $P(A) = 0$, 则 A 是不可能事件 \times
 (B) 若 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, 则 A, B 互不相容 \times
 (C) 若 $P(A \cup B) + P(AB) = 1$, 则 $P(A) + P(B) = 1$ \checkmark
 (D) $P(A-B) = P(A) - P(B) = P(A) - P(AB)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

9. 设 A, B 为任意两个互不相容事件, 且 $P(A)P(B) > 0$, 则必有 (D).

- (A) \bar{A} 与 \bar{B} 互不相容 仅对立情况 (B) \bar{A} 与 \bar{B} 相容 \times
 (C) $P(\bar{A}) = P(\bar{B})$ $P(A)$ (D) $P(A \cup \bar{B}) = P(\bar{B})$ \checkmark

$$A \subseteq \bar{B}, B \subseteq \bar{A}$$

10. 设 A, B 为任意两个事件, 则必有 (A).

- (A) $P(AB) \leq \frac{P(A) + P(B)}{2}$ (B) $P(AB) \geq \frac{P(A) + P(B)}{2}$
 (C) $P(AB) \leq P(A)P(B)$ (D) $P(AB) \geq P(A)P(B)$

$$\begin{cases} P(A) \geq P(AB) \\ P(B) \geq P(AB) \end{cases} \Rightarrow P(AB) \leq \frac{P(A) + P(B)}{2}$$

无直接关系

3. 设 A, B 是任意两个事件, 则 $P[(\bar{A} \cup B)(A \cup B)(\bar{A} \cup \bar{B})(A \cup \bar{B})] = 0$. 画出 Venn 图直观理解.

4. 设 A, B 是两个事件, 且 $P(B) > 0$, 则有 (D).

- (A) $P(A) = P(A|B)$ (B) $P(A) \leq P(A|B)$
 (C) $P(A) \geq P(A|B)$ (D) 前三者都不一定成立

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \text{ 与 } P(A) \text{ 无直接联系}$$

7. 设 A, B 是两个事件, 且 $A \subseteq B, P(B) > 0$, 则下列选项必然成立的是 (B).

- (A) $P(A) < P(A|B)$ (B) $P(A) \leq P(A|B)$
 (C) $P(A) > P(A|B)$ (D) $P(A) \geq P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} \geq P(A) \text{ 当且仅当 } P(B) = 1 \text{ 时取等.}$$

6. 假设事件 A, B 满足 $P(B|A) = 1$, 则 (C).

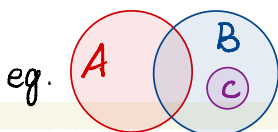
- (A) B 是必然事件 \times (B) $P(B) = 1$ \times
 (C) $P(A-B) = 0$ (D) $A \subseteq B$ 或 $A = B$ 集合上 $A \subseteq B$

$$P(AB) = P(A) \Rightarrow A \subseteq B$$

11. 设 A, B, C 为三个事件且 A, B 相互独立, 则以下结论中不正确的是 (D).

- (A) 若 $P(C) = 1$, 则 AC 与 BC 也独立
 (B) 若 $P(C) = 1$, 则 $A \cup C$ 与 B 也独立
 (C) 若 $P(C) = 1$, 则 $A-C$ 与 A 也独立
 (D) 若 $C \subseteq B$, 则 A 与 C 也独立

概率为 0 或 1, 则与任何事件相互独立.



$$P(AC) = 0 \neq P(A)P(C)$$

13. 设每次试验成功的概率为 $p (0 < p < 1)$, 现进行独立重复试验, 则直到第 10 次试验才取得第 4 次成功的概率为 (B).

- (A) $C_{10}^4 p^4 (1-p)^6$ (B) $C_9^3 p^4 (1-p)^6$
 (C) $C_9^4 p^4 (1-p)^5$ (D) $C_9^3 p^3 (1-p)^6$

前 9 次试验成功 3 次 & 最后一次成功.

$$C_9^3 p^3 (1-p)^6 \cdot p$$

$$P(AC) = P(A)P(C)$$

15. 设 A, B, C 为三个事件, 且 A, B 独立, A, C 独立, B, C 互不相容, $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, $P(AC |$

$$AB \cup C) = \frac{1}{4}, \text{ 则 } P(C) = (C).$$

(A) $\frac{1}{16}$

(B) $\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{2}$

$$P(AC|AB \cup C) = \frac{P(A)P(C)}{P(A)P(B) + P(C)} = \frac{1}{4}$$

4. 设事件 A, B 满足 $P(B|A) = P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{1}{3}$, $P(A) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B) = \frac{5}{9}$.

$$\frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{1}{3}$$

公式熟练掌握!

13. 设口袋中有红球、白球、黑球各一个, 从中有放回地取球, 每次取一个, 直到三种颜色的球都取到时停止, 则取球数恰好为 4 的概率为 $\frac{2}{9}$.

前三次任选两个颜色 C_3^2 , 一种颜色取 2 个, 另一种颜色取 1 个 C_2^1

$$P = C_3^2 C_2^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3}$$

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$, 则下列各式正确的是

(D). 无法求其在某一点的概率

(A) $0 \leq f(x) \leq 1$ ~~X~~ $0 \leq F(x) \leq 1$ (B) $P(X=x) = f(x)$ ~~0~~

(C) $P(X=x) = F(x)$ (D) $P(X=x) \leq F(x)$ 满足 $0 \leq F(x)$

8. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且

$$P(|X - \mu_1| < 1) > P(|Y - \mu_2| < 1),$$

则必有 (A).

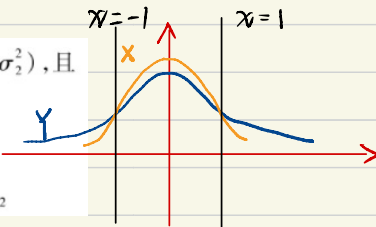
$$P(|X - \mu_1| < \sigma_1) = P(|Y - \mu_2| < \sigma_2)$$

(A) $\sigma_1 < \sigma_2$

(B) $\sigma_1 > \sigma_2$

(C) $\mu_1 < \mu_2$

(D) $\mu_1 > \mu_2$



注: σ 越小, 图形“坡度”越大

10. 设 $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$, 设 $P(X \leq \mu - 4) = p_1$, $P(Y \geq \mu + 5) = p_2$, 则 (A).

(A) 对任意实数 μ 有 $p_1 = p_2$

(B) $p_1 < p_2$

变形得 $P\left(\frac{X-\mu}{4} \leq -1\right) \& P\left(\frac{Y-\mu}{5} \geq 1\right)$

(C) $p_1 > p_2$

(D) 只对 μ 的个别值才有 $p_1 = p_2$

12. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, 记随机变量 $Y = F(X)$, 则概率

$P(Y \leq 0.5)$ 的值 (D).

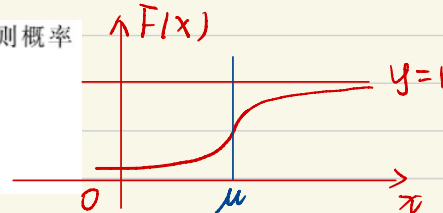
$$P(Y \leq 0.5) = P(X \leq \mu) = \frac{1}{2}$$

(A) 与参数 μ 和 σ 均有关

(B) 与参数 μ 有关, 与 σ 无关

(C) 与参数 μ 无关, 与 σ 有关

(D) 与参数 μ 和 σ 均无关



10. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0, 1)$, Y 的概率分布为 $P(Y=0) = P(Y=1) = \frac{1}{2}$.

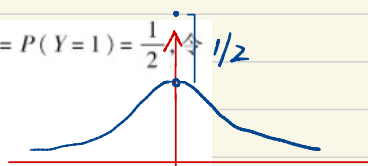
$Z = XY$, $F_Z(z)$ 为 Z 的分布函数, 则函数 $F_Z(z)$ 的间断点个数为 (B).

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3



11. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布, 且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数为

(A).

$$F_Z(x) = P(X \leq x \text{ 且 } Y \leq x) = F(x) \cdot F(x) = [F(x)]^2$$

(A) $[F(x)]^2$

(B) $F(x)F(y)$ 独立. $P(X \leq z)P(Y \leq z)$

(C) $1 - [1 - F(x)]^2$

(D) $[1 - F(x)][1 - F(y)]$

13. 下列二元函数中, 能够作为分布函数的是 (C).

(A) $F(x, y) = \begin{cases} 1, & x+y > 0.8, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(B) $F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y e^{-u-v} du dv$

(C) $F(x, y) = \begin{cases} \int_0^x \int_0^y e^{-u-v} du dv, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(D) $F(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

主要考虑

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x, y) = 0 \text{ \& } \lim_{y \rightarrow -\infty} F(x, y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x, y) = 1 \text{ \& } \lim_{y \rightarrow \infty} F(x, y) = 1$$

② 有间断点是否右连续.

③ 是否单调非减.