

淮南师范学院实验报告

学院： 电子工程学院 专业： 物理学 班级： 请输入

学号： 请输入 姓名： 请输入 日期： 请输入

一、实验名称：波尔共振实验

二、实验目的：

1. 观察弹性摆轮的自由振荡、阻尼振荡和受迫振荡现象。
2. 测定阻尼档 2 时系统的阻尼系数，并用最小二乘法进行不确定度评定。
3. 测量受迫振动的幅频特性和相频特性，分析共振峰和相位变化规律。

三、实验原理：

（一）运动方程

摆轮在回复力矩、阻尼力矩和周期性强迫力矩共同作用下的运动方程为：

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2}+b\frac{d\theta}{dt}+k\theta=M_0\cos\omega t$$

式中 J 为摆轮转动惯量，b 为阻尼系数，k 为弹性力矩系数，M₀和ω分别为强迫力矩的幅值和圆频率。令：

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{J}}\qquad 2\beta=\frac{b}{J}$$

（二）自由振荡与阻尼振荡

无强迫力矩时，系统作衰减振动，角振幅包络随时间按指数规律减小：

$$\theta(t)=\theta_0e^{-\beta t}\cos\left(\omega_ft+\alpha\right),\qquad \omega_f=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$$

相隔 n 个周期取两次振幅，可由振幅衰减求阻尼系数：

$$\beta=\frac{1}{nT}\ln\frac{\theta_i}{\theta_{i+n}}$$

（三）受迫振动的幅频与相频特性

达到稳定状态后，摆轮与强迫力矩同频振动，其稳态角振幅为：

$$\theta(\omega)=\frac{m}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\beta^2\omega^2}}$$

相位差计算采用四象限反正切，保证相位在 0°至-180°范围内连续变化：

$$\varphi=\text{atan2}\left[-\beta T_0^2T,\pi\left(T^2-T_0^2\right)\right]$$

由于ω=2π/T、ω₀=2π/T₀，实验作图的横坐标可写为：

$$\frac{\omega}{\omega_0}=\frac{T_0}{T}$$

振幅达到极大值时的共振圆频率满足：

$$\omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$$

因此存在阻尼时，共振峰对应的ω/ω₀略小于 1。

四、主要仪器设备：DH0306 型波尔共振实验仪，包括弹性摆轮、蜗卷弹簧、光电门、光电编码器、步进电机、偏心轮连杆机构及电磁阻尼线圈。

五、实验步骤：

1. 自由振荡：阻尼档 0，将摆轮转至约 160°后释放，记录 50°—160°范围内的θ和 T₀。
2. 阻尼振荡：阻尼档 2，将摆轮转至约 150°后释放，记录连续 10 次振幅及周期。
3. 强迫振荡：阻尼档 2，逐点改变电机周期；待振幅和相位稳定后记录并作幅频、相频曲线。

六、原始数据记录：

（一）自由振荡：振幅θ与固有周期 T₀的关系（阻尼档 0）

θ/(°)	T ₀ /s	θ/(°)	T ₀ /s	θ/(°)	T ₀ /s
160.5	1.6287	150.5	1.6291	140.5	1.6292
130.5	1.6297	119.5	1.6294	110.5	1.6291
100.5	1.6286	90.5	1.6280	80.5	1.6274
70.5	1.6266	60.5	1.6259	50.5	1.6252

（二）阻尼振荡数据（阻尼档 2）

i	θ _i /(°)	T _i /s	i+5	θ _{i+5} /(°)	T _{i+5} /s	ln(θ _i /θ _{i+5})
1	141.0	1.6289	6	88.5	1.6265	0.465757
2	128.5	1.6288	7	80.5	1.6259	0.467672
3	117.5	1.6283	8	73.5	1.6252	0.469153
4	106.5	1.6277	9	67.0	1.6246	0.463452
5	97.0	1.6271	10	61.0	1.6239	0.463837

说明：角度换算为弧度后进行 lnθ—t 线性拟合；取第一组记录时刻为 t=0。

（三）受迫振动幅频与相频特性数据（阻尼档 2）

T/s	θ/(°)	T ₀ /s	φ实/(°)	φ理/(°)	ω/ω ₀
1.710	44.6	1.6249	-18.9	-16.2	0.9502
1.690	58.0	1.6258	-22.7	-20.9	0.9620
1.670	101.0	1.6286	-23.4	-30.6	0.9752
1.650	141.9	1.6292	-64.2	-49.5	0.9874
1.630	132.1	1.6297	-101.2	-89.3	0.9998
1.610	100.4	1.6286	-128.1	-127.7	1.0116
1.590	80.3	1.6274	-143.4	-147.4	1.0235
1.570	60.9	1.6260	-156.9	-157.1	1.0357
1.550	46.9	1.6250	-165.7	-162.6	1.0484
1.530	34.6	1.6238	-171.1	-166.0	1.0613

注：T₀由自由振荡表按对应振幅插值获得；φ实取仪器两次稳定读数的平均值。

七、数据处理：

（一）逐差法计算阻尼系数

$$\overline{\ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}}} = 0.465974, \quad \bar{T} = 1.62669 \text{ s}$$

$$\beta_{\text{逐差}} = \frac{0.465974}{5 \times 1.62669} = 0.05729 \text{ rad s}^{-1}$$

（二）最小二乘法计算阻尼系数

以累计时间 t 为横坐标，以 ln(θ/rad)为纵坐标进行直线拟合，斜率的相反数即为β。

$$\ln \left(\frac{\theta}{\text{rad}} \right) = 0.90113 - 0.05728t, \quad R^2 = 0.999969$$

（三）图像与规律分析

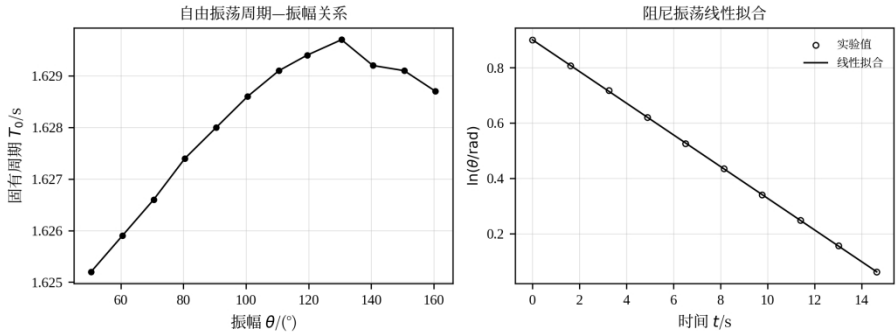


图 1 自由振荡周期—振幅关系与阻尼振荡线性拟合

图 1 表明，在本实验振幅范围内，固有周期随振幅减小总体略有减小；lnθ 与 t 呈高度线性关系，说明振幅包络符合指数衰减规律。

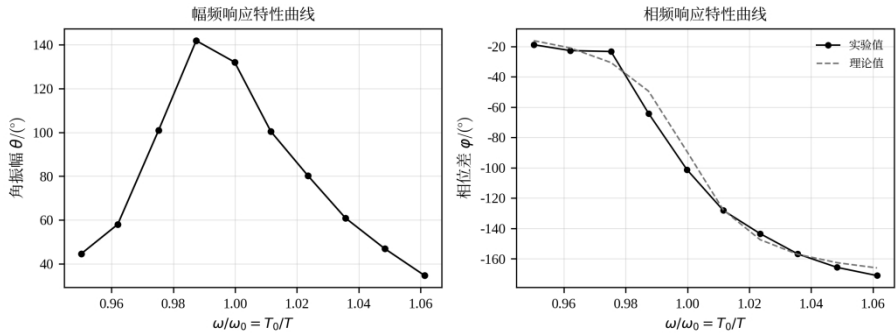


图 2 受迫振动的幅频响应与相频响应

八、实验结果与讨论：

（一）阻尼系数

$$\beta = (0.05728 \pm 0.00011) \text{ rad s}^{-1}, \quad u_r(\beta) = 0.20\%$$

R²=0.999969，表明指数衰减模型与实验数据高度吻合。

（二）幅频特性

角振幅随ω/ω₀先增大后减小，在ω/ω₀≈0.987 附近测得最大振幅 141.9°，形成明显共振峰。存在阻尼时：

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)_r < 1$$

共振区测点较稀，峰值位置只能近似判断，但曲线清楚反映了共振现象。

（三）相频特性

随 ω/ω_0 增大，相位差由接近 0° 减小至接近 -180° ，在 $\omega\approx\omega_0$ 附近快速越过 -90° ；实验与理论趋势一致。

（四）误差分析

1. 蜗卷弹簧等效刚度随振幅略变，使 T_0 存在振幅相关的系统偏差。
2. 改变电机周期后若等待不足，会引入振幅和相位差的过渡态误差。
3. 光电门、编码器对准误差及 0.020 s 的周期步长限制了共振峰定位精度。

（五）结论

实验验证了阻尼振动的指数衰减规律，测得阻尼档 2 时 $\beta=(0.05728\pm0.00011)\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ；幅频曲线出现明显共振峰，相位差随频率单调变化，与理论基本一致。