

夏学期第六周作业参考答案

6-11 假设单位反馈系统的开环传递函数的对数幅频特性曲线如图 6-72 所示。(a)确定系统的开环传递函数（假设只有一阶环节） (b) 计算 $|G(j\omega)|=1$ 时的频率及相位

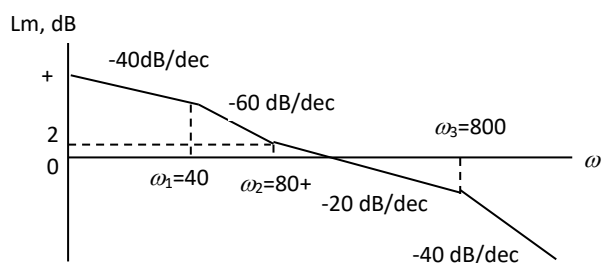


图 6-72 题 6-11 图

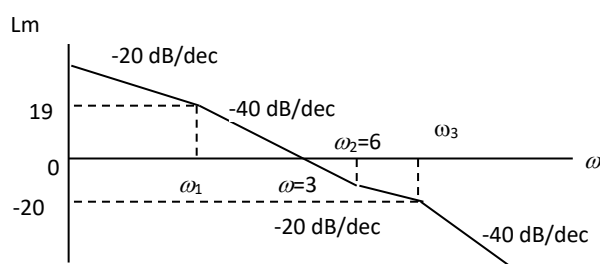
解： (a) 开环传递函数为

$$G(s) = \frac{16114(\frac{1}{80}s+1)^2}{s^2(\frac{1}{40}s+1)(\frac{1}{800}s+1)}$$

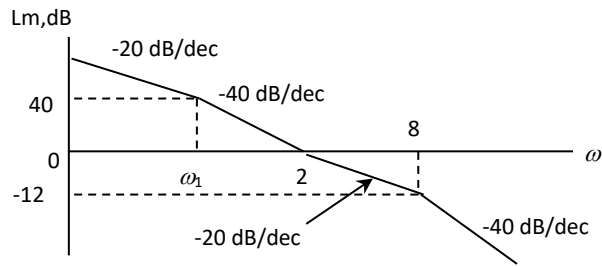
(b) $-20(\lg 80 - \lg \omega) = 2 - 0 \Rightarrow \omega \approx 100.71$ 当 $|G(j\omega)|=1$
相位约为 -152°

6-12 开环系统的对数幅频特性渐近曲线分别如图 6-73 所示

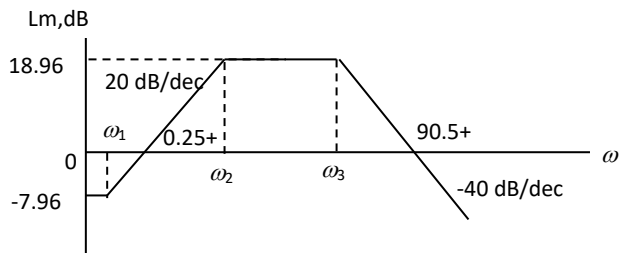
- 确定系统的开环传递函数
- 计算 $\omega=4$ 点渐近特性曲线与真实值的偏差
- 计算系统的稳态误差系数（假设只有一阶环节）



(a)



(b)



(c)

图 6-73 题 6-12 图

图 a:

(1)

由图可见这是一个 I 型系统，基本环节包括：

$$\frac{K_1}{s} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \cdot T_3 s + 1 \cdot \frac{1}{T_4 s + 1}$$

其中 $\frac{1}{T_3} = \omega_2 = 6$ 且 $\omega = 3$ 在 $Lm|G|=0\text{dB}$ 已知

令 $\omega_1 = \omega_a$, $3 = \omega_b$, 根据波特图斜率方程, 第一个转折点频率 ω_1 为:

$$k(\lg \omega_a - \lg \omega_b) = Lm(\omega_a) - Lm(\omega_b)$$

$$\Rightarrow -40(\lg \omega_1 - \lg 3) = 19 - 0 \Rightarrow \omega_1 = 1 \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 1 \Rightarrow T_2 = 1$$

令 $\omega_3 = \omega_a$, $6 = \omega_b$, 转折频率 ω_3 可以算出

$$-20(\lg \omega_3 - \lg 6) = Lm(\omega_3) - Lm(6)$$

其中 $Lm(6)$ 可以通过另一条直线斜率方程算出

$$-40(\lg 6 - \lg 3) = Lm(6) - 0 \Rightarrow Lm(6) = -12.04\text{dB}$$

随后 $-20(\lg \omega_3 - 0.778) = -20 + 12 \Rightarrow \omega_3 = 15 \Rightarrow T_4 = \frac{1}{15}$

根据 $Lm(K_1/j\omega)$ 延长线和 0-dB 轴在 $\omega_x = K_1$ 的交点可得出

之后, 令 $\omega_1 = \omega_a = 1$, $\omega_b = \omega_x$, 根据直线方程:

$$-20(0 - \lg \omega_x) = 19 - 0 \Rightarrow \omega_x = 8.9125 = K_1$$

因此

$$G(s) = \frac{8.9125(\frac{1}{6}s + 1)}{s(s+1)(\frac{1}{15}s + 1)}$$

(2)

$\omega=4$ 时, 幅值为

$$20\lg(|G(j4)|) = 20\lg\left(\frac{8.9125 * \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + 1}}{4 * \sqrt{(4)^2 + 1} * \sqrt{(\frac{4}{15})^2 + 1}}\right) = 20\lg(0.627) = -4.047$$

波特图上 $-40(\lg 4 - \lg 3) = Lm(4) - 0 \Rightarrow Lm(4) = -4.997$

因此偏差为 $=0.95 \text{ dB}$

(3)

$$K_1=8.9125$$

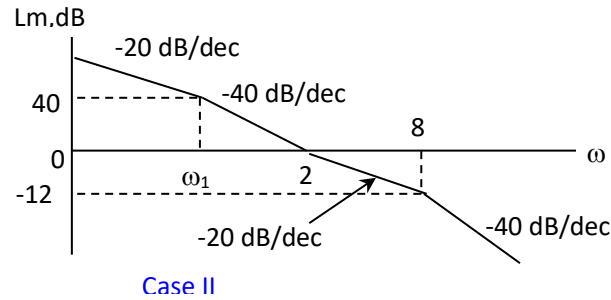


图 b: (1)

由图可见基本环节包括: $\frac{K_1}{s} \cdot \frac{1}{T_2s + 1} \cdot T_3s + 1 \cdot \frac{1}{T_4s + 1}$

令 $\omega_1=\omega_a$, $2=\omega_b$, 根据波特图斜率方程, 第一个转折点频率 ω_1 为:

$$k(\lg \omega_a - \lg \omega_b) = Lm(\omega_a) - Lm(\omega_b) \\ \Rightarrow -40(\lg \omega_1 - \lg 2) = 40 - 0 \Rightarrow \omega_1 = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 0.2, T_2 = 5$$

由图可知其余转折频率为: $\frac{1}{T_3} = 2$; $\frac{1}{T_4} = 8$

因此: $T_3 = 0.5$; $T_4 = 0.125$

根据 $Lm(K_1/j\omega)$ 延长线和 0-dB 轴在 $\omega_x = K_1$ 的交点可得出

之后 令 $\omega_1=\omega_a=0.2$, $\omega_b=\omega_x$, 根据直线方程:

$$-20(\lg 0.2 - \lg \omega_x) = 40 - 0 \Rightarrow \omega_x = 20 = K_1$$

因此传递函数为:

$$G(s) = \frac{20(0.5s + 1)}{s(5s + 1)(0.125s + 1)}$$

(2)

对于 $\omega=4$, 幅值为

$$20\lg(|G(j4)|) = 20\lg\left(\frac{20 * \sqrt{2^2 + 1}}{4 * \sqrt{(20)^2 + 1} * \sqrt{(0.5)^2 + 1}}\right) = 20\lg(0.499) = -6.03 \text{ dB}$$

根据波特图,

$$-20(\lg 4 - \lg 2) = Lm(4) - 0 \Rightarrow Lm(4) = -6.02$$

因此偏差为 -0.01 dB

(3)

假设系统为单位反馈系统,又由其为 I 型系统

$$K_1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{20(0.5s + 1)}{s(5s + 1)(0.125s + 1)} = 20$$

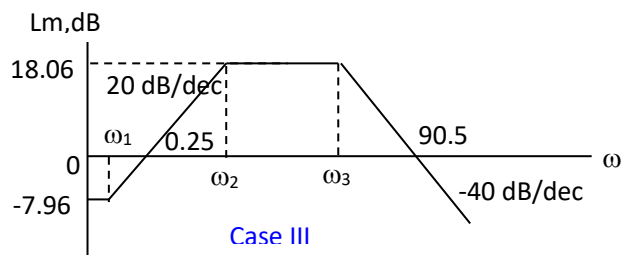


图 c (1)

由图可知，基本环节为 $K_0, T_1s + 1 \cdot \frac{1}{T_2s + 1} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi T_3s + T_3s^2}$

因为其为 0 型系统，解方程 $-7.96 = 20 \lg K_0, K_0 = 0.4$

根据直线方程，第一个转折频率可以算出

$$20(\lg \omega_1 - \lg 0.25) = -7.96 \Rightarrow \omega_1 = 0.1 \Rightarrow \frac{1}{T_1} = 0.1, T_1 = 10$$

$$20(\lg \omega_2 - \lg 0.25) = 18.06 \Rightarrow \omega_2 = 2 \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 2, T_2 = 0.5$$

$$-40(\lg \omega_3 - \lg 90.5) = 18.06 \Rightarrow \omega_3 = 32 \Rightarrow \frac{1}{T_3} = 32, T_3 = 0.03125$$

因此传递函数为

$$G(s) = \frac{0.4(10s + 1)}{(0.5s + 1)[(0.03125s)^2 + 2 \cdot 0.03125s + 1]}$$

(2) 在 $w=4$ 时偏差为 0

(3) $K_0=0.4$

6-15 已知最小相位系统（不包含 $e^{-\tau s}$ 、 $Ts-1$ 和 $1/(Ts-1)$ 等环节）的近似对数幅频特性如图

6-76 所示，试求该系统的传递函数。

	ω	$ G $
A	0.1	1.25
B	0.2	5
C	0.5	5
D	2.5	1
E	25	10

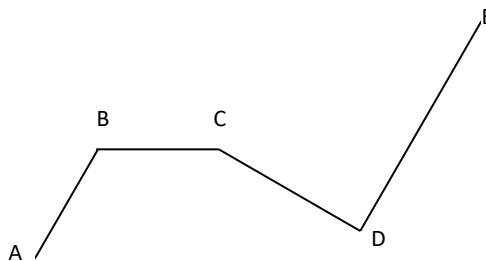


图 6-76 题 6-15 图

答案：传递函数为 $G(s) = \frac{125s^2(0.4s+1)^2}{(5s+1)^2(2s+1)}$

6-16 已知最小相位系统的对数幅频渐进特性曲线如图 6-77 所示，试确定系统的开环传递函数。

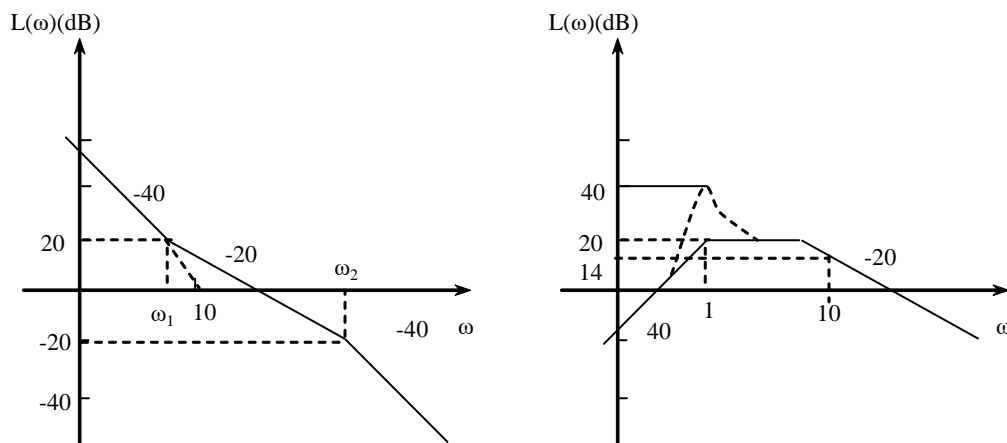


图 6-77 题 6-16 图

解：

- (b) 低频段斜率 $k=-40\text{dB/dec}$ ，所以 $v=2$ ，在 ω_1 处斜率增加 20dB/dec ，说明有一个一阶微分环节，在 ω_2 处斜率减小 20dB/dec ，说明有一个一阶惯性环节，所以开环传递函数的

$$\text{形式为： } G(s) = \frac{K(1 + \frac{s}{\omega_1})}{s^2(1 + \frac{s}{\omega_2})}$$

由给定条件确定开环传递函数参数：

低频渐近线方程： $L_a(\omega) = 20\lg K - 20v\lg \omega$ ，给定点 $(10, 0)$ 和 $v=2$ ，得 $K=100$

由直线方程： $L_a(\omega_a) - L_a(\omega_b) = k(\lg \omega_a - \lg \omega_b)$

$$(\omega_a, L_a(\omega_a)) = (10, 0), \quad (\omega_1, L_a(\omega_1)) = (\omega_1, 20), \quad k = -40 \quad \text{得 } \omega_1 = 10^{0.5} = 3.16$$

$$(\omega_1, L_a(\omega_1)) = (10^{0.5}, 20), \quad (\omega_2, L_a(\omega_2)) = (\omega_2, -20), \quad k = -20 \quad \text{得 } \omega_2 = 10^{\frac{5}{2}} = 316.23$$

$$\text{所以开环传递函数为： } G(s) = \frac{100(1 + \frac{s}{3.16})}{s^2(1 + \frac{s}{316.23})}$$

- (c) 低频段斜率 $k=40\text{dB/dec}$ ，所以 $v=-2$ ，在 $\omega=1$ 处斜率减小 40dB/dec ，说明有一个二阶振荡环节，在 ω_1 处斜率减小 20dB/dec ，说明有一个一阶惯性环节，所以开环传递函数

$$\text{的形式为： } G(s) = \frac{Ks^2}{(1 + \frac{s}{\omega_1})(s^2 + 2\xi s + 1)}$$

由给定条件确定开环传递函数参数：

低频渐近线方程: $L_a(\omega) = 20 \lg K - 20\nu \lg \omega$, 给定点 (1, 20) 和 $\nu = -2$, 得 $K = 10$

由直线方程: $L_a(\omega_a) - L_a(\omega_b) = k(\lg \omega_a - \lg \omega_b)$

$$(\omega_a, L_a(\omega_a)) = (10, 14), \quad (\omega_1, L_a(\omega_1)) = (\omega_1, 20), \quad k = -20 \quad \text{得} \quad \omega_1 = 10^{\frac{14}{20}} = 5$$

$$\text{谐振峰值 } 20 \lg M_r = 20 \lg \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} = 40 - 20 = 20 \quad \zeta = 0.05$$

所以开环传递函数为:
$$G(s) = \frac{10s^2}{(1 + \frac{s}{5})(s^2 + 0.1s + 1)}$$