

6-17 如图 6-78 所示为奈魁斯特曲线的正频部分

- 1) 试绘制完整的奈魁斯特图
- 2) 试判断闭环系统的稳定性

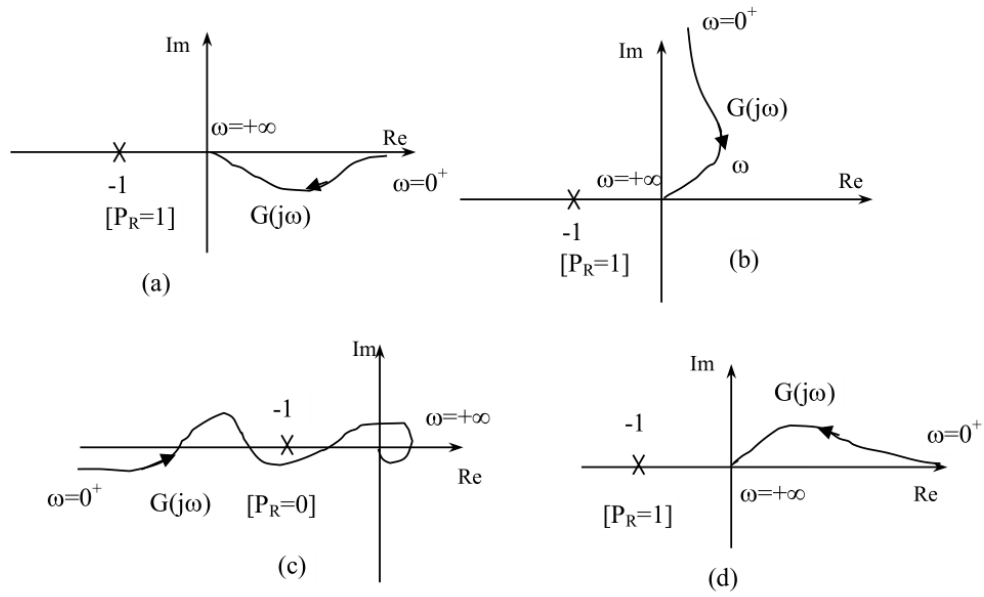
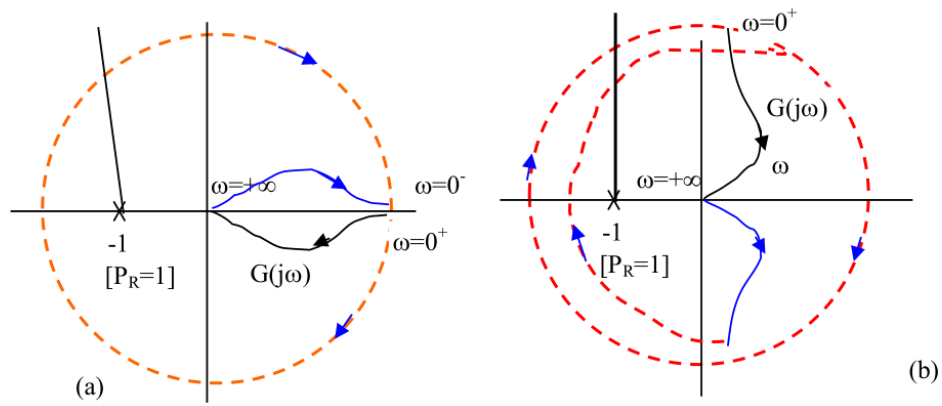
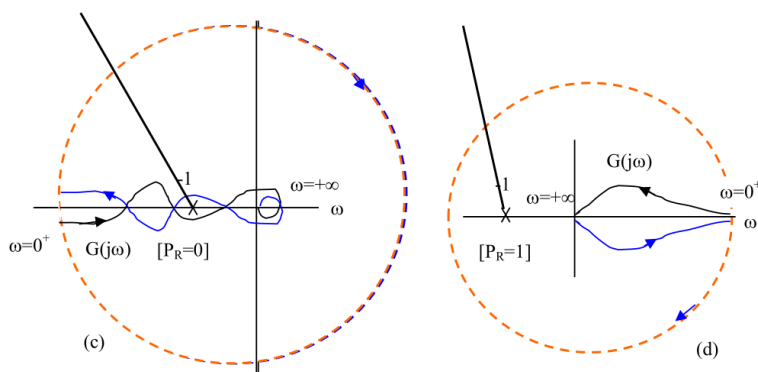


图 6-78 题 6-17 图

答案：图 (a) 不稳定；图 (b) 不稳定；图 (c) 稳定；图 (d) 不稳定



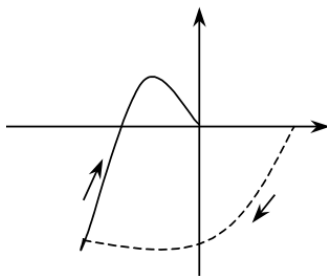


6-19 已知系统开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)(s+1)}$, $K, T > 0$, 试根据奈魁斯特判据, 确定其闭环稳定条件:

环稳定条件:

- (1) $T=2$ 时, K 值的范围
- (2) $K=10$ 时, T 值的范围
- (3) K, T 值的范围

解: 该开环系统的 Nyquist 曲线为:



若 Nyquist 曲线与 $(-1, j0)$ 点左侧的负实轴有 l 个交点, 则 Nyquist 曲线包围 $(-1, j0)$ 的圈数 $R=-2l$, 由于 $P=0$, 所以 $Z=2l$, 系统闭环不稳定, 若系统闭环稳定, 则必须 $l=0$, 设开环幅相曲线穿越负实轴的频率为 ω_x

方法一:

因为:

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= \frac{K}{j\omega(1+j\omega T)(1+j\omega)} \\ &= \frac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2 T^2}\sqrt{1+\omega^2}} \angle(-90^\circ - \arctg\omega T - \arctg\omega) \\ &= A(\omega) \angle \varphi(\omega) \end{aligned}$$

所以 $\varphi(\omega_x) = -90^\circ - \arctg\omega_x T - \arctg\omega_x = -(2k+1) \times 180^\circ$

当 ω 增大时, $A(\omega)$ 减小, 而在频率 ω 为最小的 ω_{xm} 时, 开环幅相曲线第一次穿过负实轴, 因此:

$$\varphi(\omega_{xm}) = -90^\circ - \arctg\omega_{xm} T - \arctg\omega_{xm} = -180^\circ \quad \frac{\omega_{xm} T + \omega_{xm}}{1 - \omega_{xm}^2 T} = \tg 90^\circ = \infty$$

$$\omega_{xm} = \sqrt{\frac{1}{T}}$$

此时 $A(\omega_{xm})$ 达到最大, 为使 $l=0$, $A(\omega_{xm}) < 1$, 即

$$A(\omega_{xm}) = \frac{K}{\omega_{xm} \sqrt{1 + (\omega_{xm} T)^2} \sqrt{1 + \omega_{xm}^2}} = \frac{KT}{T+1} < 1$$

(1) 当 $T=2$ 时, $\omega_{xm} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$A(\omega_{xm}) = \frac{2K}{3} < 1 \quad K < 1.5$$

(2) 当 $K=10$ 时,

$$A(\omega_{xm}) = \frac{10T}{T+1} < 1 \quad T < \frac{1}{9}$$

(3) K, T 值的范围

$$A(\omega_{xm}) = \frac{K}{\omega_{xm} \sqrt{1 + (\omega_{xm} T)^2} \sqrt{1 + \omega_{xm}^2}} = \frac{KT}{T+1} < 1 \quad K < \frac{T+1}{T}$$

方法 2:

系统的开环频率特性:

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega T)(1+j\omega)} = \frac{K[-(T+1)\omega^2 - j\omega(1-T\omega^2)]}{(T+1)^2\omega^4 + \omega^2(1-T\omega^2)^2}$$

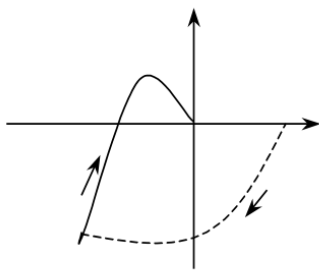
ω 由 $0+$ 变化到 $+\infty$, 相角变化: $-90^\circ \sim -270^\circ$

幅值变化: $\infty \sim 0$

为求 Nyquist 曲线与负实轴的交点, 令 $\text{Im}G(j\omega)=0$, 得 $1-T\omega^2=0$, 即 $\omega_{xm} = \sqrt{\frac{1}{T}}$, 将其带入

$\text{Re}G(j\omega)$, 得:

$$\text{Re}G(j\omega_{xm}) = -\frac{KT}{T+1}$$



根据奈奎斯特稳定判据, $Z = P - 2(N_+ - N_-)$, 已知 $P=0, N_+=0$, 要求 $Z=0$, 应有 $N_- = 0$, 所以闭环系统稳定的条件为:

$$\frac{KT}{T+1} < 1, \text{ 带入 (1) (2) (3) 问题的条件, 即可得到结果。}$$

6-20 已知系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{k(0.2s+1)}{s^2(0.02s+1)}$

- (1) 若 $K=1$ ，求该系统的相位稳定裕量；
- (2) 若要求系统的相位稳定裕量为 45° ，求 K 值

解：

当 $K=1$ 时，由其幅频特性渐进线可得：其幅频关系为

$$\begin{aligned} 20\lg\left|\frac{1}{\omega^2}\right| & \quad \omega < 5 \\ 20\lg|G(j\omega)| = 20\lg\left|\frac{0.2}{\omega}\right| & \quad 5 \leq \omega < 50 \\ 20\lg\left|\frac{10}{\omega^2}\right| & \quad 50 \leq \omega \end{aligned}$$

当 $\omega = \omega_c$ 时，应有 $20\lg|G(j\omega_c)| = 0$

$$\therefore 20\lg\left|\frac{1}{\omega^2}\right| = 0, \text{ 既有 } \omega_c = 1$$

此时相角为： $\arg[G(j\omega_c)] = -180^\circ + \arctan(0.2) - \arctan(0.02) = -169.8^\circ$

所以相位余量为： $r = 10.2^\circ$

(2) 要使相位余量 $r^* = 45^\circ$

$$\arg[G(j\omega_c)] = 45^\circ - 180^\circ = -135^\circ$$

$$\text{有 } \arg[G(j\omega_c)] = -180^\circ + \arctan(0.2\omega_c) - \arctan(0.02\omega_c) = -135^\circ$$

所以： $\omega_c = 6.5$

有 $5 < \omega_c < 50$

$$\text{所以： } 20\lg\left|\frac{k(1+j0.2\omega_c)}{(j\omega_c)^2(1+j0.02\omega_c)}\right|_{\omega_c=6.5} = 0$$

所以： $K=20$

6-22 设单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{as+1}{s^2}$ ，试确定使相位裕为 $+45^\circ$ 时的 a 值

解： $\omega = 1.189, a = 1/\omega = 0.841$