

## 夏学期第一周作业参考答案

4-6 已知系统如图 4-18 所示，试判定系统的稳定性，并计算系统的给定稳态误差和扰动稳态误差。

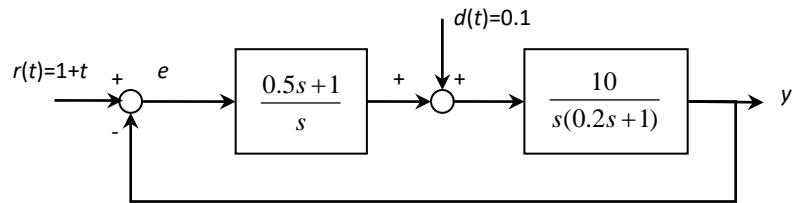


图 4-18 题 4-6 图

答案：

$$\text{闭环特征方程： } 0.2s^3 + s^2 + 5s + 10 = 0$$

系统稳定。

$$R(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2}$$

$$e_{sr} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + \frac{0.5s+1}{s} \frac{10}{s(0.2s+1)}} R(s) = 0$$

$$D(s) = \frac{0.1}{s}$$

$$e_{sd} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-s \frac{10}{s(0.2s+1)}}{1 + \frac{0.5s+1}{s} \frac{10}{s(0.2s+1)}} D(s) = 0$$

4-8 设单位反馈系统开环传递函数  $G(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)(s^2+6s+25)}$ ，试应用劳斯判据

确定 K 为多大时，将使系统振荡，并求出振荡频率。

答案：

$$\text{闭环特征方程： } s^4 + 12s^3 + 69s^2 + 198s + 200 + K = 0$$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 69 & 200+K \\ s^3 & 12 & 198 & 0 \\ s^2 & 52.5 & 200+K & \\ s^1 & 7995-12K & 0 & \\ s^0 & 200K & & \end{array}$$

$K=666.25$  时系统振荡。

由  $52.5s^2 + (200 + 666.25) = 0$  得一对虚根为  $\pm j\sqrt{16.5}$ ，振荡频率为  $\sqrt{16.5}$ 。

4-10 单位反馈系统开环传递函数  $G(s) = \frac{K(2s+1)(s+1)}{s^2(Ts+1)}$ ， $K>0, T>0$ 。确定当闭环稳定时，

$T$ 、 $K$  应满足的条件。

答案：

闭环特征方程： $Ts^3 + (2K+1)s^2 + 3Ks + K = 0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & T & 3K \\ s^2 & 2K+1 & K \\ s^1 & 3K(2K+1)-TK & 0 \\ s^0 & K & \end{array}$$

系统稳定应满足：

$$\begin{cases} T > 0 \\ 2K+1 > 0 \\ 3K(2K+1)-TK > 0 \\ K > 0 \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} K > 0 \\ T < 6K+3 \end{cases}$$

4-16 已知单位负反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K(s+30)}{(s+1)(s^2+20s+116)}$$

试确定使系统稳定的  $K$  的最大值，并选择合适的  $K$ ，使得系统对单位阶跃输入的稳态误差小于 0.1。

答案：

闭环特征方程:  $s^3 + 21s^2 + (136 + K)s + 116 + 30K = 0$

劳斯阵列:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 136 + K \\ s^2 & 21 & 116 + 30K \\ s^1 & 2740 - 9K & 0 \\ s^0 & 116 + 30K & \end{array}$$

$K$  最大为  $\frac{2740}{9}$ 。

$K_p = \frac{30K}{116}$ , 对单位阶跃输入的稳态误差:  $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{116}{116 + 30K}$ , 在系统稳定的范围内  $K > 34.8$ 。

5-1 设单位负反馈控制系统的开环传递函数为:  $G(s) = \frac{K}{s+2}$ , 试用相角条件检查下列各点是否在根轨迹上:  $(-1, j0)$ ,  $(-3, j0)$ ,  $(-2, j1)$ ,  $(-5, j0)$ 。并求出相应的  $K$  值。

答案:

用相角条件检查: (考虑  $K > 0$ )

- 1) 对  $(-1, j0)$ :  $-\angle(-1 - (-2)) = -\angle 1 = -0^\circ \neq (1 + 2n)\pi$ ; 不满足相角条件
- 2) 对  $(-3, j0)$ :  $-\angle(-3 - (-2)) = -\angle -1 = -\pi$ ; 满足相角条件,  $K=1$
- 3) 对  $(-2, j1)$ :  $-\angle(-2 + j - (-2)) = -\angle -2 + j2 = -135^\circ \neq (1 + 2n)\pi$ ; 不满足相角条件
- 4) 对  $(-5, j0)$ :  $-\angle(-5 - (-2)) = -\angle -3 = -\pi$ ; 满足相角条件,  $K=3$

5-2 系统的开环传递函数为:  $G(s)H(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+4)}$ , 试证明  $s_1 = -1 + j\sqrt{3}$  点

在根轨迹上, 并求出相应的  $K$  值和系统的开环放大系数  $K^*$ 。

答案:

1) 由题意可得该系统有三个开环极点, 分别为  $-1$ ,  $-2$  和  $-4$ ,

要证明  $s_1 = -1 + j\sqrt{3}$  点在根轨迹上, 只要证明该点满足根轨迹的相位条件, 因为根轨迹的幅度条件总可以找到一个  $K$  值来满足。

又因为  $s_1$  点到三个开环极点  $-1$ ,  $-2$ ,  $-4$  的角度分别为:  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ 。和为  $180^\circ$ , 即

满足根轨迹的相位条件，也就是说  $s_1$  点在根轨迹上。

证毕

2) 由幅度条件:  $|G(s_1)H(s_1)|=1$  解得  $K=12$

3) 根据开环放大系数的定义有:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+4)} = \frac{K^*}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)} \quad \text{即} \quad K^* = \frac{K}{8} = 1.5$$