

# Сравнительный анализ фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона при оценивании поворотных точек бизнес-цикла белорусской экономики<sup>1</sup>

Анатолий МАКАРЕВИЧ



Специалист по анализу данных компании ИООО «ЭПАМ Системз», Республика Беларусь, Минск, e-mail: anatology\_mak@yahoo.com

Владимир МАЛЮГИН



Доцент кафедры математического моделирования и анализа данных ФПМИ БГУ, кандидат физико-математических наук, Республика Беларусь, Минск, e-mail: malugin@bsu.by

УДК 330.43

**Ключевые слова:**

*фильтр Ходрика – Прескотта; фильтр Хамильтона; индекс экономических настроений; поворотные точки бизнес-цикла и индекса экономических настроений белорусской экономики.*

Статистический фильтр Ходрика – Прескотта [1] широко используется в различных эконометрических исследованиях, связанных с выделением долгосрочных трендов и циклов из экономических временных рядов. Выделение трендовой компоненты исследуемого временного ряда является важным этапом при решении такой задачи макроэкономического анализа, как определение потенциального выпуска и разрыва выпуска (кредитного разрыва) в рамках формирования денежно-кредитной политики центральными банками [2; 3; 4]. При этом трендовая компонента временного ряда рассматривается как потенциальный выпуск (или равновесный реальный ВВП), а остаточная составляющая временного ряда, включающая циклическую и шумовую компоненту, соответствует отклонениям его фактических значений от ожидаемых в равновесном состоянии и интерпретируется как разрыв выпуска. В рассматриваемом контексте важной является задача прогнозирования значений потенциального выпуска и разрыва выпуска в экономике на ближайшую перспективу.

Фильтр Ходрика – Прескотта в настоящее время также является

ся рекомендуемым методом выделения долгосрочных циклов в рамках методологии ОЭСР [5; 6], используемой для анализа бизнес-циклов на основе опережающих экономических индикаторов. В контексте подобного исследования он применялся для выделения циклических компонент из временных рядов реального ВВП и индекса экономических настроений (далее – ИЭН) белорусской экономики [7].

Однако широко используемый стандартный одномерный фильтр Ходрика – Прескотта обладает рядом общеизвестных недостатков, к которым относятся:

- смещение оценок значений тренда в начальных и конечных точках временного ряда (*end-point bias problem*) и высокая чувствительность этих оценок к добавлению новых наблюдений;

- отсутствие строгой формализации правила выбора значений параметра фильтра («параметра  $\lambda$ »), определяющего степень гладкости тренда и критическим образом влияющего на свойства выделяемых компонент временного ряда.

Заметим, что смещение имеет место и в начальных точках тренда временного ряда, но оно не является критичным в контексте задачи прогнозирования.

<sup>1</sup> Статья подготовлена на основании работы, занявшей 2-е место в конкурсе среди студентов вузов на лучшую работу по экономической тематике.

Также имеют место особенности применения данного фильтра к временным рядам в зависимости от того, содержат ли они детерминированные или стохастические тренды [8]. Это можно объяснить тем, что в основе процедуры выделения тренда лежит компромисс между степенью гладкости получаемого детерминированного тренда и его близости к фактическим данным. При этом ожидается, что остаточная составляющая состоит из цикла и шумовой компоненты. Шумовая компонента является стационарным временным рядом и имеет нулевое среднее значение. Можно предположить, что указанные свойства трендовой и остаточной составляющих достижимы, если сглаживаемый временной ряд относится к классу нестационарных временных рядов с детерминированными трендами (trend stationary – TS-моделей). В противном случае если временной ряд содержит стохастический тренд, т. е. относится к классу DS-моделей (difference stationary), следует ожидать нестационарность шумовой компоненты в остаточной составляющей, следствием которой являются ложные циклы (*spurious cycles*) и ложные корреляции (*spurious correlations*). Эти недостатки отмечаются исследователями при обработке последней части макроэкономических и финансовых временных рядов [4; 9–10], проявляющих свойства процессов случайного блуждания.

В этом контексте Дж. Хамилтон выступил с критикой использования фильтра Ходрика – Прескотта в качестве универсального подхода к выделению долгосрочных трендов. В своей рабочей статье он приводит аналитическое обоснование следующих недостатков фильтра [11]:

1) фильтр индуцирует ложные циклы, когда применяется к временным рядам с высоким порядком интегрирования;

2) конечные значения тренда, выделяемого из временного ряда, существенно отличаются от средних значений и описывают ложную динамику;

3) статистическая формализация проблемы выбора параметра сглаживания тренда обычно приводит к значениям параметра,

который в значительной степени противоречит обычной практике.

В этой же статье автором предлагается альтернативный метод выделения тренда, получивший в литературе название «регрессионный фильтр Хамильтона» (*Hamilton's regression filter*). К настоящему моменту известен ряд публикаций, посвященных сравнительному анализу фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона в практических исследованиях. В статье [4] проведен сравнительный анализ обоих фильтров при анализе «кредитного разрыва» в экономике (*credit-to-GDP gap*) на основе квартальных временных рядов США. В работе [12] при анализе цикличности банковского капитала использовались оба фильтра и в целом получены схожие результаты.

Фильтр Хамильтона в отличие от фильтра Ходрика – Прескотта еще не использовался белорусскими исследователями. Поэтому представляется актуальным сравнительный анализ обоих фильтров при обработке белорусских макроэкономических временных рядов, обладающих такими особенностями, как короткая длина и частые структурные изменения. Данная статья посвящена сравнительному анализу результатов применения фильтров для выделения трендовых и циклических компонент временных рядов при решении задачи анализа бизнес-цикла белорусской экономики в рамках методологии ОЭСР [5; 7].

## Общее описание фильтров

### 1. Фильтр Ходрика – Прескотта.

При использовании данного фильтра априори предполагается, что временной ряд  $y_t$  имеет структуру, допускающую его нестационарность в виде наличия тренда, а также присутствие циклических изменений. Таким образом, общая структура временного ряда допускает представление:

$$y_t = \tau_t + c_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где временные ряды  $\tau_t$ ,  $c_t$  и  $\varepsilon_t$  соответствуют трендовой, циклической и случайной шумовой компонентам.

Обычно выделению тренда предшествует сезонная коррек-

тировка временного ряда. Для этой цели могут применяться известные процедуры Census X13, TRAMO-SEATS и др. [5; 7].

Фильтр Ходрика – Прескотта при однократном применении осуществляет декомпозицию временного ряда  $y_t$  на тренд  $\tau_t$  и остаточную составляющую  $v_t$  вида:

$$y_t = \tau_t + v_t. \quad (2)$$

Остаточная составляющая включает цикл, искаженный случайным шумом, т. е.:

$$v_t = c_t + \varepsilon_t. \quad (3)$$

Для выделения тренда  $\tau_t$  решается задача оптимизации [1]:

$$\min_{(\tau_t)} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\tau_{t+1} - 2\tau_t + \tau_{t-1})^2 \right), \quad \lambda > 0, \quad (4)$$

где  $\lambda > 0$  – параметр сглаживания тренда: при  $\lambda \rightarrow 0$  значения тренда близки к значениям исходного ряда, т. е.  $\tau_t \rightarrow y_t$ , а при  $\lambda \rightarrow \infty$  вид тренда приближается к линейной по времени  $t$  функции.

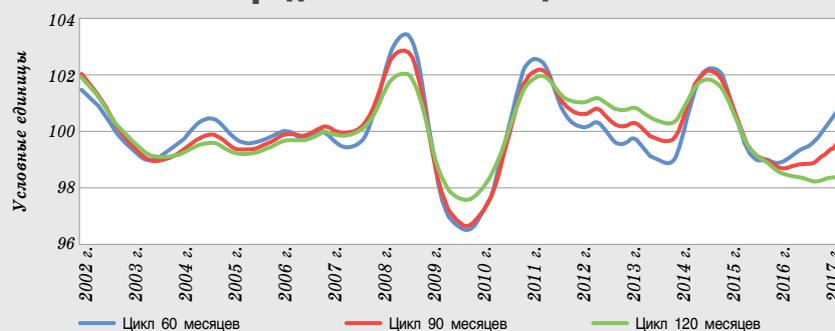
Первое слагаемое в (4) отвечает за точность подгонки, а второе – за степень гладкости тренда. Как отмечалось выше, возникает проблема выбора значения параметра  $\lambda$  для конкретных условий решаемой задачи. Рекомендуется использовать следующие статистически обоснованные значения параметра  $\lambda$  в зависимости от интервала наблюдения значений временного ряда: 14 400 – для месячных, 1 600 – для квартальных и 100 – для годовых временных рядов [1]. Однако на практике значения  $\lambda$  корректируются с учетом особенностей решаемой задачи, длины предполагаемых циклов и используемых временных рядов.

Так, например, при анализе «кредитного разрыва» в экономике (*credit-to-GDP gap*) на основе квартальных временных рядов достаточно большой длины в соответствии с рекомендациями Базель III следует полагать  $\lambda = 400\,000$ , что соответствует существованию циклов длиной 30 лет. В то время как при  $\lambda = 1\,600$  ожидаемая длина цикла составляет около 7,5 года [4].

Фильтр Ходрика – Прескотта обладает «свойством симметричности», которое проявляется в использовании начальных и конечных значений временного ряда в процессе сглаживания его срединных значений; иными словами, он является двусторонним фильтром. Следствием данного свойства является смещенность начальных и конечных сглаженных значений. В контексте задачи прогнозирования особую важность приобретает проблема смещения конечных значений тренда. Данная проблема в стандартной версии фильтра решается путем предварительной пролонгации временного ряда (например, с помощью прогнозирования на основе модели ARIMA). Таким образом, интересующие пользователя точки будут находиться уже не в конце временного ряда, а искажению подвергнутся эти пролонгированные (прогнозные) значения. Удобным способом продления временного ряда длиной  $T$  на заданную величину  $H$  с его одновременной сезонной корректировкой является применение метода TRAMO/SEATS для расширенного временного интервала длиной  $T + H$ . Такая возможность имеется во многих статистических и эконометрических пакетах, в том числе в программе *ESI Analysis (Economic Sentiment Indicator Analysis)*, разработанной на языке программирования R в рамках научного проекта, выполнявшегося в НИИ ППМИ БГУ по заданию Национального банка Республики Беларусь в 2016–2017 гг. [13]. Программа *ESI Analysis* реализует весь комплекс задач, связанных с построением индекса экономических настроений и его применением для анализа бизнес-цикла белорусской экономики и его поворотных точек.

Для выделения долгосрочного цикла из временного ряда  $y_t$  используется процедура, основанная на двухэтапном применении фильтра Ходрика – Прескотта. Для этой цели к остаточной составляющей  $v_t$ , полученной после выделения тренда из временно-

### Оценки бизнес-цикла посредством фильтра Ходрика – Прескотта в зависимости от предполагаемой продолжительности цикла



Источник: [7].

Рисунок 1

го ряда  $y_t$ , применяется фильтр Ходрика – Прескотта со значением  $\lambda$ , соответствующим более краткосрочным колебаниям. В рамках данного исследования при анализе бизнес-цикла в белорусской экономике на основе месячных временных рядов используются рекомендуемые в рамках методики ОЭСР значения параметра  $\lambda$ :  $\lambda = 42,131,155$  для первого и  $\lambda = 13,93$  для второго этапа процедуры. Этим значениям соответствуют продолжительности «типичного бизнес-цикла» (от 5 до 8–9 лет) и высокочастотных колебаний (6–12 месяцев). На рисунке 1 представлены оценки циклической составляющей белорусского ВВП с различными величинами параметра  $\lambda$  (соответствуют длине цикла 60, 90 и 120 месяцев) [7]<sup>2</sup>. Отличия в этих оценках циклических составляющих невелики, за исключением конечных значений. В описываемых ниже экспериментах используется средний по продолжительности цикла вариант, которому соответствуют вышеуказанные значения параметра  $\lambda$ .

#### 2. Фильтр Хамильтона.

В фильтре, предложенном Дж. Хамильтоном [11], долгосрочный тренд в нестационарном временном ряду  $y_t$  описывается моделью регрессии, включающей для момента времени  $t + h$  ( $h > 0$ ) константу и четыре наиболее близких к моменту времени  $t$  значения временного ряда:

$$y_{t+h} = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + v_{t+h}. \quad (5)$$

Здесь  $h$  – априорно задаваемый параметр, зависящий от предполагаемой длины цикла.

При анализе бизнес-цикла по квартальным данным США в [11] предлагается использовать  $h = 8$  (для двухгодичных циклов), а в исследованиях кредитных и финансовых циклов  $h = 20$  (для пятилетних циклов).

Для оценивания параметров модели (5) используется обычный метод наименьших квадратов (далее – МНК). Остаточная составляющая, появляющаяся после подстановки в регрессионное уравнение (5) МНК-оценок параметров  $\{\hat{\beta}_l\}$ ,  $l = 0, \dots, 4$ , описывается соотношением:

$$\hat{v}_{t+h} = y_{t+h} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 y_t - \hat{\beta}_2 y_{t-1} - \hat{\beta}_3 y_{t-2} - \hat{\beta}_4 y_{t-3}. \quad (6)$$

Хамильтоном показано, что для нестационарных интегрированных временных рядов вплоть до порядка  $d = 4$  остаточная циклическая составляющая  $\hat{v}_{t+h}$  временного ряда вида (6) включает как циклическую, так и стационарную случайную компоненту, т. е.  $\hat{v}_{t+h} = c_{t+h} + \varepsilon_{t+h}$ . При тех же условиях остаточная составляющая в уравнении (2), получаемая с помощью фильтра Ходрика – Прескотта, может демонстрировать ложные циклы и корреляции.

<sup>2</sup> Для удобства сравнительного анализа циклов реального ВВП и ИЭН временные ряды, получаемые после двойного применения фильтра Ходрика – Прескотта, подвергаются преобразованию «стандартизации». В результате (см. рисунки 1, 7 и 8) получаются безразмерные и сопоставимые друг с другом циклические компоненты рассматриваемых временных рядов. Уровень в 100 единиц соответствует долгосрочному тренду (равновесному уровню). Превышение уровня в 100 единиц свидетельствует о положительном отклонении от долгосрочного тренда, а значение ниже 100 свидетельствует об отрицательном отклонении от него.

Достоинством процедуры Хамильтона является то, что она не использует априорную информацию о конкретном виде модели временного ряда, например о порядке интегрируемости.

В частном случае, если временной ряд порождается моделью случайного блуждания, т. е. порядок интегрирования ряда равен 1:

$$y_t = \beta_0 + y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (7)$$

то для МНК-оценок коэффициентов регрессии в уравнении (6) при достаточно большой длине ряда ( $T \rightarrow \infty$ ) значения сходятся к  $\beta_1 = 1$  и  $\beta_l = 0$  ( $l = 2, 3, 4$ ) [11, с. 16–17]. В данном случае исключение тренда по Хамильтону эквивалентно взятию первой разности:

$$\hat{v}_{t+h} = y_{t+h} - \hat{\beta}_0 - y_t \quad (8)$$

Для временного ряда с порядком интегрирования 2 при оценке модели (6) следует ожидать получение статистически значимого значения коэффициента регрессии  $\hat{\beta}_3$  (для лага -2).

Указанными свойствами обладают так называемые разностные фильтры (*difference filters*), т. е. фильтры, основанные на взятии разностей; следовательно, результаты применения фильтра Хамильтона к временным рядам с невысоким порядком интегрирования могут быть близки к результатам, получаемым с помощью разностных фильтров. В отношении разностных фильтров стоит отметить, что их не следует применять к стационарным временным рядам или временным рядам, содержащим детерминированные тренды из-за возможной генерации ложных циклов [4; 9].

В отличие от фильтра Ходрика – Прескотта, фильтр Хамильтона является «асимметричным» (т. е. односторонним), что позволяет избежать проблемы смещения конечных значений при прогнозировании остаточной составляющей. Так, например, для временного ряда, описываемого моделью случайного блуждания (7), значение остаточной циклической составляющей  $\hat{v}_{t+h}$  в момент времени  $t+h$  формируется на основе известных значений временного ряда  $y_{t+h}$  и  $y_t$ .

В общем случае для оценивания тренда и получения остаточной циклической составляющей используется только наблюдаемый временной ряд; это становится особенно важным для коротких временных рядов, а также при наличии структурных изменений в анализируемом временном интервале. Более глубокий сравнительный анализ свойств обоих фильтров проводится в [4].

### Результаты сравнительного анализа фильтров

Приведем описание результатов применения фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона для решения задачи анализа бизнес-цикла белорусской экономики в рамках методологии ОЭСР [5]. Статистической обработке с помощью указанных фильтров подвергаются два временных ряда, полученных за период наблюдения с мая 2005 г. по январь 2017 г.:

- базовый экономический индикатор, на основании которого определяется бизнес-цикл белорусской экономики, в виде реального ВВП в ценах 2014 г.;

- индекс экономических настроений ИЭН, построенный на основе данных конъюнктурных опросов предприятий в рамках системы мониторинга Национального банка Республики Беларусь.

Для обработки временных рядов в настоящем исследовании используется пакет *statsmodels* языка Python [15].

Методология построения и результаты сравнительного анализа циклов данных индикаторов

описаны в [7]. Там же осуществлена оценка поворотных точек для обоих циклов и установлен опережающий характер индекса ESI с периодом опережения в среднем на 4 месяца. Для выделения трендов и циклов из обоих временных рядов в соответствии с методологией ОЭСР [5] использовался фильтр Ходрика – Прескотта. В связи с появлением нового метода решения данных задач в виде фильтра Хамильтона становится актуальной задача сравнительного анализа результатов, полученных с помощью фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона. В данном разделе представляются результаты проведенного сравнения.

На *рисунке 2* представлены используемые месячные временные ряды реального ВВП и ИЭН Республики Беларусь. В соответствии с вышеописанными процедурами обработки временных рядов на предварительном этапе осуществлялась сезонная корректировка временных рядов методом X13 ARIMA SEATS [14].

Далее из сезонно скорректированных временных рядов ВВП и ИЭН выделяются трендовые компоненты с применением каждого из фильтров. Параметры сглаживания трендов полагаются следующими:  $\lambda = 42\ 131,155$  для фильтра Ходрика – Прескотта [7] и  $h = 12$  для фильтра Хамильтона. Данное значение параметра  $h$ , соответствующее годовому циклу по месячным данным, выбрано в соответствии с общими рекомендациями в рамках фильтра Хамильтона и с учетом относительно короткой длины рассматриваемых



Рисунок 2

временных рядов. Полученные тренды и сезонно скорректированные временные ряды для реального ВВП и ИЭН представлены на рисунках 3 и 4.

Визуальный анализ свидетельствует о существенно различающейся степени гладкости трендов для разных фильтров. Повышение степени гладкости трендов для фильтра Хамильтона возможно за счет кратного увеличения значения параметра сглаживания  $h$ , что приводит к существенному сокращению длины получаемого ряда и, как показали эксперименты, не способствует получению на следующем этапе экономически обоснованных циклов.

В результате оценивания регрессионных моделей вида (5) получены следующие уравнения трендов для реального ВВП (9) и ИЭН (10). В квадратных скобках указаны значения  $t$ -статистики для теста статистической значимости соответствующих оценок параметров модели,  $\hat{\sigma}^2$  представляет собой оценку дисперсии остатков:

$$y_{t+12} = 1\,490,67 + 0,918y_t - 0,017y_{t-1} - 0,106y_{t-2} - 0,018y_{t-3} + v_t, \hat{\sigma}^2 = 5\,851, \quad (9)$$

[7,63]
[23,21]
[-0,43]
[-2,68]
[-0,47]

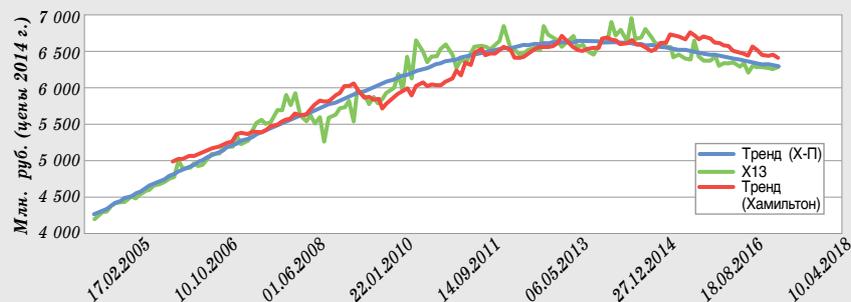
$$y_{t+12} = 67,05 + 0,511y_t + 0,125y_{t-1} + 0,095y_{t-2} - 0,408y_{t-3} + v_t, \hat{\sigma}^2 = 74,28. \quad (10)$$

[7,01]
[2,60]
[0,54]
[0,42]
[-2,41]

В уравнениях сохранены все изначально включаемые переменные вне зависимости от статистической значимости соответствующих коэффициентов, что соответствует тестируемому утверждению Хамильтона об универсальности метода фильтрации. Для фильтра Ходрика – Прескотта не существует аналитической формулы функции тренда.

Остатки моделей (9) и (10), определяемые как  $\hat{v}_{t+h} = c_{t+h} + \varepsilon_{t+h}$  и интерпретируемые как циклические составляющие с шумовой компонентой для реального ВВП и ИЭН, изображены на рисунках 5 и 6 соответственно.

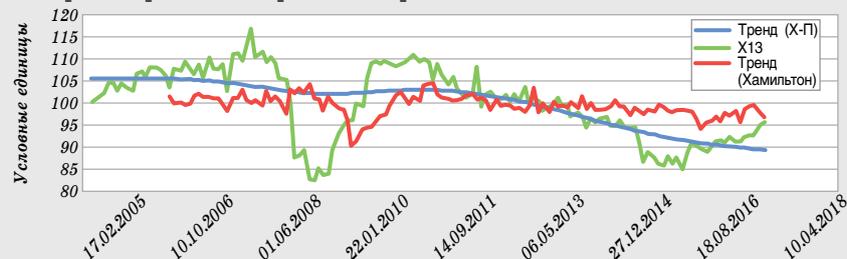
### Сезонно скорректированный ряд ВВП и тренды, выделенные фильтрами Ходрика – Прескотта (Х-П) и Хамильтона



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 3

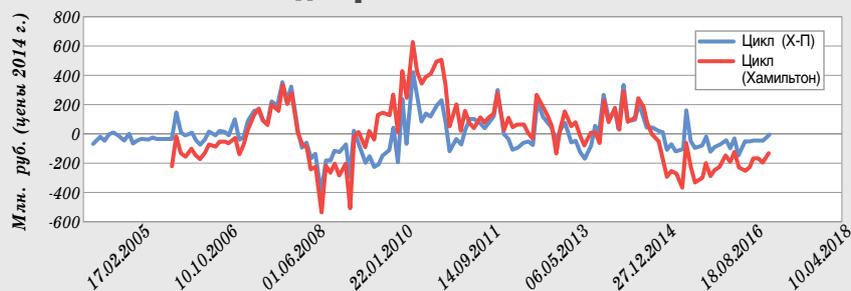
### Сезонно скорректированный ряд ИЭН и тренды, выделенные фильтрами Ходрика – Прескотта (Х-П) и Хамильтона



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 4

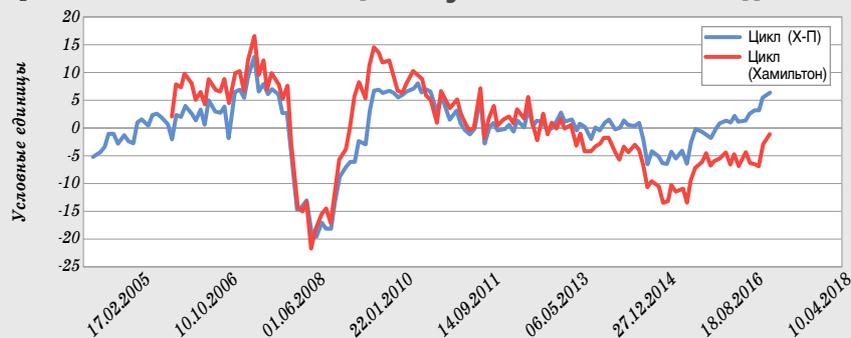
### Циклические составляющие с шумовой компонентой для реального ВВП



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 5

### Циклические составляющие с шумовой компонентой для ИЭН



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 6

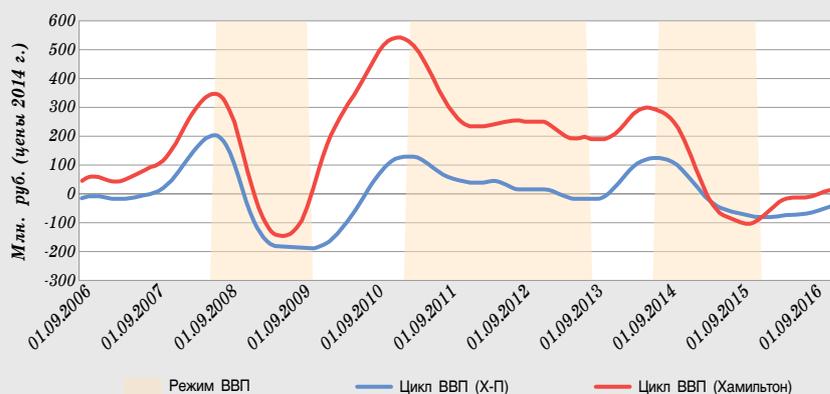
### Выделение циклов и анализ поворотных точек

Для выделения долгосрочных циклов с целью их сравнительного анализа к полученным на предыдущем этапе временным рядам *циклических составляющих с шумовыми компонентами*  $\hat{v}_t$  применяется фильтр Ходрика – Прескотта с параметром  $\lambda = 13,93$ . Это позволяет удалить шумовые компоненты и получить гладкие кривые циклов для ВВП и ИЭН, представляемые на *рисунках 7 и 8* соответственно.

В *таблице* приведены оценки поворотных точек циклов ВВП и ИЭН, полученные с помощью фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона.

Полученные в рамках настоящего исследования поворотные точки сравниваются с соответствующими значениями из [7], полученными с применением фильтра Ходрика – Прескотта. Из *таблицы* следует, что при использовании фильтра Ходрика – Прескотта в рамках рассматриваемого интервала наблюдения с мая 2005 г. по январь 2017 г. поворотными точками являются: июнь 2008 г. – пик, сентябрь 2009 г. – дно, март 2011 г. – пик, сентябрь 2013 г. – дно, июль 2014 г. – пик, январь 2016 г. – дно. Первая фаза экспансии (до июня 2008 г.) связана с чрезвычайно благоприятной внешней экономической конъюнктурой, а последующие (с июня 2008 г. до сентября 2009 г.)

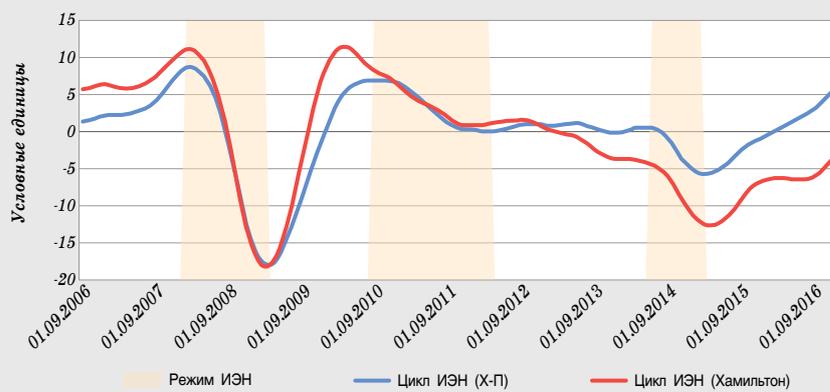
### Сравнение поворотных точек цикла ВВП. Моменты переключения режима являются поворотными точками по Ходрику – Прескотту



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 7

### Сравнение поворотных точек цикла ИЭН. Моменты переключения режима являются поворотными точками по Ходрику – Прескотту



Примечание. Разработка авторов.

Рисунок 8

Таблица

### Оценки поворотных точек циклов ВВП и ИЭН, полученные с использованием фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона

Состояние экономики	Поворотные точки реального ВВП [7]	ВВП		ИЭН	
		Фильтр Ходрика – Прескотта	Фильтр Хамильтона	Фильтр Ходрика – Прескотта	Фильтр Хамильтона
Пик	2008,06	2008,06	2008,06	2008,01	2008,01
Дно	2009,09	2009,10	2009,07	2009,03	2009,02
Пик	2011,03	2011,03	2011,01	2010,08	2010,05
Дно	–	–	–	2012,04	2012,01
Пик	–	–	–	–	2012,09
Дно	2013,09	2013,09	2013,09	–	–
Пик	2014,07	2014,07	2014,07	2014,06	–
Дно	2016,01	2016,01	2015,11	2015,03	2015,04

Примечание. Разработка авторов.

фазы замедления роста и спада связаны с воздействием на национальную экономику глобального экономического кризиса. Последующий цикл (сентябрь 2009 г. – март 2011 г. – сентябрь 2013 г.) связан с «разогревом» экономики посредством инструментов экономической политики и последовавшим за этим валютным кризисом 2011 г., который привел к замедлению и спаду. Период с сентября 2013 г. по январь 2016 г. отмечен небольшим восстановлением, которое обусловлено некоторым улучшением внешней конъюнктуры и последующими затяжными фазами замедления роста и сжатия, которые были вызваны масштабными изменениями внутренней (ужесточение экономической политики) и внешней (снижение цен на сырьевые товары) среды. В то же время не было ни одного ложного сигнала о поворотных точках. «Провал» в предсказании двух поворотных точек (сентябрь 2013 г. и июль

2014 г.) можно объяснить высокой неустойчивостью экономической конъюнктуры в этот период и, как следствие, высокой неопределенностью ожиданий экономических субъектов. Таким образом, в подобных ситуациях опережающий индикатор выступает как показатель степени неопределенности будущей экономической конъюнктуры [7].

Оценки поворотных точек циклов для рассматриваемых временных рядов, полученные с помощью фильтров Ходрика – Прескотта и Хамильтона, в целом достаточно близки. Тем не менее в контексте задачи выделения экономических циклов можно указать на достаточно частое опережение моментов смены фаз циклов, получаемых с помощью фильтра Хамильтона. На такую особенность данного фильтра указывалось также в [4].

Фильтры Хамильтона и Ходрика – Прескотта имеют общий недостаток – наличие априор-

но задаваемых параметров  $h$  и  $\lambda$  соответственно, от которых существенно зависят свойства получаемых трендов и циклических составляющих. Представляется, что фильтр Хамильтона более требователен к длине временных рядов. В условиях относительно короткого времени наблюдения белорусских макроэкономических временных рядов и в связи с трудностью априорного задания параметра  $h$ , более предпочтительным для рассматриваемых в настоящем исследовании задач является применение фильтра Ходрика – Прескотта. В то же время в силу отсутствия смещения значений тренда в конечных точках и, соответственно, в остаточной составляющей использующей фильтр Хамильтона может быть более предпочтительным в задачах прогнозирования.

\* \* \*

Материал поступил 03.08.2018.

#### Библиографический список:

1. Hodrick, R. Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation / R. Hodrick, E. Prescott // *Journal of Money, Credit and Banking*. – 1997. – № 29. – С. 1–16.
2. Зубарев, А.В. Определение разрыва выпуска для российской экономики / А.В. Зубарев, П.В. Трунин // *Российское предпринимательство*. – 2016. – Т. 17. – № 3. – С. 381–388. – doi: 10.18334/rp.17.3.2225.
3. Демиденко, М. Оценка равновесного реального ВВП: фильтр Ходрика – Прескотта / М. Демиденко, А. Кузнецов // *Банкаўскі веснік*. – 2011. – № 1 (510). – С. 19–26.
4. Schuler, Y. Detrending and financial cycle facts across G7 countries: Mind a spurious medium term! / Y. Schuler // *ECB Working Paper Series*. – 2018.
5. *Business Tendency Survey. A Handbook* // OECD PUBLICATIONS. – 2003. – 127 p.
6. Nilsson, R. Cycle Extraction. A comparison of the Phase-Average Trend method, the Hodrick – Prescott and Christiano – Fitzgerald filters [Electronic resource] / R. Nilsson, G. Gyomai // *OECD Statistics Working Paper*, 2011. – Mode of access: <http://dx.doi.org/10.1787/5kg9srt7f8g0-en>. – Date of access: 27.05.2016.
7. Малюгин, В.И. О построении и применении индекса экономических настроений белорусской экономики / В.И. Малюгин, Д.Э. Крук // *Экономика. Моделирование. Прогнозирование; редкол.: М.К. Кравцов (гл. ред.) [и др.]*. – Минск: НИЭИ М-ва экон. Респ. Беларусь, 2018. – Вып. 12. – С. 141–157.
8. Харин, Ю.С. Эконометрическое моделирование: учеб. пособие / Ю.С. Харин, В.И. Малюгин, А.Ю. Харин. – Минск: БГУ, 2003. – 313 с.
9. Harvey, A. Detrending, stylized facts and the business cycle / A. Harvey, A. Jaeger // *Journal of Applied Econometrics*. – 1993. – Vol. 8. – P. 231–247.
10. Pederson, T.M. The Hodrick – Prescott filter, the Slutsky effect, and the distortionary effects of filters / T.M. Pederson // *Journal of Economic Dynamics and Control*. – 2001. – Vol. 25. – P. 1081–1101.
11. Hamilton, J.D. Why you should never use the Hodrick – Prescott / J.D. Hamilton // *The Review of Economics and Statistics: Just Accepted MS*. – 2017. – 45 p.
12. Haubrich, J.G. How Cyclical is Bank Capital? [Electronic resource] / J.G. Haubrich // *FRB of Cleveland Working Paper No. 1504R*. – February 2018. – Mode of access: <https://ssrn.com/abstract=3124452>. – Date of access: 11.04.2018.
13. Малюгин, В.И. Модельные и инструментальные средства для построения и применения индекса экономических настроений белорусской экономики / В.И. Малюгин, Д.Э. Крук, Е.В. Кондратович, Е.С. Бабахин, П.С. Милевский // *Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: материалы XVII Междунар. конф., Минск, 20–21 окт. 2017 г.: в 2 т.* – Т. 1 / НИЭИ М-ва экон. Респ. Беларусь. – Минск: НИЭИ М-ва экон. Респ. Беларусь, 2017.
14. X-13ARIMA-SEATS Reference Manual. – U.S. Census Bureau. Center for Statistical Research and Methodology. – 2016. – 284 p.
15. Python package statsmodels on PyPI [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.statsmodels.org>. – Date of access: 28.06.2018.

## A Comparative Analysis of the Hodrick – Prescott and Hamilton Filters for Business Cycle Turning Points Estimation for the Belarusian Economy

**Anatoly MAKAREVICH**, *Data Analyst at EPAM Systems, Inc., Republic of Belarus, Minsk, e-mail: anatoly\_mak@yahoo.com*

**Vladimir MALUGIN**, *Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling and Data Analysis, FAMCS BSU; PhD in Physico-Mathematical Sciences, Republic of Belarus, Minsk, e-mail: malugin@bsu.by*

**Abstract.** *This paper presents a comparative analysis of the Hodrick – Prescott and Hamilton statistical filters with regard to the tasks of extraction of the long-term trend and cycle components of the macroeconomic time series. A comparative analysis of the turning points of the real GDP cycles and economic sentiment indicator of the Belarusian economy obtained for both of these filters is conducted.*

**Keywords:** *Hodrick - Prescott filter; Hamilton filter; economic sentiment indicator; turning points of the business cycle and economic sentiment indicator of the Belarusian economy.*