ETH zürich



Theoretische Informatik

Olivér Kovács

15. Okt 2026

Organisatorisches

- Midterm: Fr, 6. Nov 2026 16-18 Uhr
- Endterm: Fr, 11. Dez 2026 16-18 Uhr

Serie Aufgabe 6

Aufgabe 6 **10 Punkte**

Sei $L = \{w_i \mid i \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0\}^*$ eine unendliche Sprache mit $|w_{i+1}| > |w_i|$ für alle $i \in \mathbb{N}$ und

$$|w_{i+1}| - |w_i| \geq \log_2 \log_2 i$$

für alle $i \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$. Zeigen Sie, dass L nicht regulär ist.

Quiz Frage 1

Seien L_1, L_2 zwei nichreguläre Sprachen über demselben Alphabet. Sind die folgenden Sprachen immer, manchmal, oder nie regulär?

1. L_1^C
2. $L_1 - L_2$
3. $L_1 \cup L_2$
4. $L_1 L_2$

Nichtdeterminismus

Satz 3.2. Zu jedem NEA M existiert ein EA A, so dass $L(M) = L(A)$.

Wie zeigt man Minimalität?

Sei L eine reguläre Sprache. Wir wollen beweisen, dass jeder EA A mit $L(A) = L$ mindestens n Zustände hat.

Idee: Verwende Lemma 3.3.

- Finde n verschiedene Wörter $w_1, \ldots, w_n$.
- Finde für alle $i \neq j$ ein Suffix z, so dass gilt

$$w_i z \in L \iff w_j z \notin L.$$

Turingmaschine

Definition 4.1. Eine *Turingmaschine (TM)* ist ein 7-Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$. Dabei ist

- Q die *Zustandsmenge* von M,
- Σ das *Eingabealphabet*,
- Γ das *Arbeitsalphabet*,
- $\delta : (Q - \{q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\}) \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, N\}$ die *Übergangsfunktion*,
- $q_0 \in Q$ der *Anfangszustand*,
- $q_{\text{accept}} \in Q$ der *akzeptierende Zustand*,
- $q_{\text{reject}} \in Q$ der *verwerfende Zustand*.

Aufgaben

1. **Aufgabe 1.** Beweise, dass jeder DEA, der die Sprache

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält } ab \text{ gleich of wie } ba\}$$

   akzeptiert, mindestens 5 Zustände hat.
2. **Aufgabe 2.** Konstruiere einen NEA mit höchstens 4 Zustände, der

$$L_2 = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid w \text{ enthält mindestens eines der Teilwörter } ab, bc, adc\}$$

   akzeptiert.
3. **Aufgabe 3.** Konstruiere mittels Potenzmengenkonstruktion einen EA für L_2.
4. **Aufgabe 4.** Beschreibe informell eine TM, welche immer hält und die Sprache $L_4 = \{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ akzeptiert.