

# Domácí úkol na 27.4.2023

## Rozdělení náhodných čísel

Pro úspěšné vyřešení úkolu stačí správně naprogramovat jednu ze dvou úloh této sekce.

### 1. Gaussovské rozdělení

Nagenerujte čísla vybraná z Gaussovského normálního rozdělení (se střední hodnotou  $\mu = 0$  a rozptylem  $\sigma^2 = 1$ ) dvěma metodami: a) pomocí metody hit-and-miss a b) pomocí centrální limitní věty. Nakreslete a porovnejte histogramy.

### 2. Cauchyho rozdělení

Vytvořte dva generátory čísel z rozdělení daného distribuční funkcí

$$F(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan x \right).$$

V prvním generátoru využijte přímo distribuční funkci, pro druhý odvoďte hustotu pravděpodobnosti a použijte hit-and-miss metodu. Nakreslete a porovnejte histogramy.

## Monte Carlo

Pro úspěšné vyřešení úkolu stačí správně naprogramovat dvě ze tří úloh této sekce.

### 3. Narozeninový problém

Uvažujte skupinu  $n$  lidí. Jaká je pravděpodobnost, že dvě osoby ve skupině budou mít narozeniny ve stejný den? Úlohu vyřešte metodou Monte Carlo: Pokud nagenerujete náhodně  $N_{\text{celkem}}$ -krát narozeniny  $n$  lidí a označíte  $N_{\text{zásah}}$  případy, kdy alespoň dvoje narozeniny padnou na stejný den, bude podle zákona velkých čísel hledaná pravděpodobnost rovna

$$p \approx \frac{N_{\text{zásah}}}{N_{\text{celkem}}}$$

Naprogramujte tuto úlohu a určete,

- jaká pravděpodobnost vychází pro skupinu 20 lidí a
- jakou nejmenší skupinu potřebujete, aby byla pravděpodobnost alespoň 90%?

### 4. Objem $d$ -rozměrné koule

Vytvořte program, který spočítá metodou Monte Carlo objem  $d$ -rozměrné jednotkové koule. Pro jakou dimenzi  $d$  bude tento objem největší číslo?

### 5. Gaussovka na srdci

Metodou Monte Carlo vypočítejte integrál dvourozměrné Gaussovské funkce

$$I = \int_{\heartsuit} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} dx dy$$

na oblasti ohraničené parametricky zadanou křivkou (obrázek):

$$\heartsuit : x = \sin^3 \phi,$$

$$y = \frac{1}{16} (13 \cos \phi - 5 \cos 2\phi - 2 \cos 3\phi - \cos 4\phi),$$

$$\phi \in \langle 0; 2\pi \rangle.$$

