

Domácí úkol na 18.5.2023

Fourierova transformace

1. Bílý a Brownovský šum

Vytvořte časovou řadu délky $N = 2000$ se vzorkovací frekvencí $f_s = 2000$ Hz (signál tedy bude trvat přesně 1 s), jejíž elementy budou tvořeny nekorelovaným výběrem z rovnoměrného rozdělení na intervalu $(-1, 1)$,

$$h_j \in R(-1, 1), \quad j = 0, \dots, N - 1,$$

a časovou řadu vzniklou postupným sčítáním řady h_j ,

$$l_j = \sum_{k=0}^j h_k.$$

Spočítejte Fourierovu transformaci H_k a L_k obou časových řad a vykreslete do log-log grafu (pomocí funkce `loglog` z knihovny `matplotlib.pyplot`) kvadráty amplitud $S_k^{(H)} = |H_k|^2$ a $S_k^{(L)} = |L_k|^2$ v závislosti na frekvencích $f_k = kf_s/(N - 1)$ pro $k = 1, \dots, N/2$. Přesvědčte se, že v případě časové řady h_j je frekvenční spektrum téměř konstantní (až na fluktuační),

$$H_k \approx \text{konst.},$$

zatímco v případě časové řady l_j klesá podle zákona

$$L_k \approx \frac{1}{f_k^2}.$$

První časová řada odpovídá tzv. *bílému šumu* (v analogii se světlem — všechny frekvence jsou zastoupeny se stejnou vahou), druhá pak *Brownovský šum* (l_j odpovídá poloze Brownovské částice pohybuji se na přímce).

2. Srážka černých děr

Ve složce `sounds` v souboru `BlackHolesCollision.wav` je nasimulovaný průběh gravitačních vln těsně před srážkou dvou černých děr.¹ Načtete tento soubor pomocí knihovny `soundfile` příkazem

```
sound, fs = soundfile.read("BlackHolesCollision.wav", dtype="float32")
```

V proměnné `fs` bude vzorkovací frekvence použitá v souboru. Pozor, soubor má dva kanály, pro následující analýzu vyberte pouze jeden z nich příkazem `signal[:,0]`.

Signál si můžete přehrát pomocí funkce `sounddevice.play(sound, fs)` z knihovny `sounddevice`. Uslyšíte charakteristický tzv. *chirp sound*.

Rozdělte časovou řadu na časová okna délky $N_W = 2000$ bodů a pro každé okno spočítejte Fourierovu transformaci a kvadráty amplitud S_k . Následně vykreslete konturový graf (spektrogram), kde na ose x bude čas (začátku nebo středu použitého časového okna), na ose y frekvence a na ose z (barevný kód) amplituda. Frekvence omezte pomocí příkazu `plt.ylim(0, 500)` na hodnoty $\langle 0 \text{ Hz}, 500 \text{ Hz} \rangle$.

Vypracovaný úkol odešlete na e-mailovou adresu `pcfyzika@pavelstransky.cz`. Před odesláním se přesvědčte, že program neobsahuje žádné syntaktické chyby a že je z kódu pochopitelné, jak ho spustit, aby vrátil hledaný výsledek.

¹Soubor pochází z <http://web.mit.edu/sahughes/www/sounds.html>.