

Domácí úkol na 28.4.2022

Monte Carlo

Pro úspěšné vyřešení úkolu stačí správně naprogramovat dvě ze tří následujících úloh.

1. Narozeninový problém

Uvažujte skupinu n lidí. Jaká je pravděpodobnost, že dva lidi ve skupině budou mít narozeniny ve stejný den? Úlohu vyřešte metodou Monte Carlo: Pokud nagenerezujete náhodně N_{celkem} -krát narozeniny n lidí a označíte $N_{\text{zásah}}$ případy, kdy alespoň dvoje narozeniny padnou na stejný den, bude podle zákona velkých čísel hledaná pravděpodobnost rovna

$$p \approx \frac{N_{\text{zásah}}}{N_{\text{celkem}}}$$

Naprogramujte tuto úlohu a určete,

- jaká pravděpodobnost vychází pro skupinu 10 lidí a
- jakou nejmenší skupinu potřebujete, aby byla pravděpodobnost alespoň 50%?

2. Objem d -rozměrné koule

Vytvořte program, který spočítá metodou Monte Carlo objem d -rozměrné jednotkové koule. Pro jakou dimenzi d bude tento objem největší číslo?

3. Gaussovka na srdci

Metodou Monte Carlo vypočítejte integrál dvourozměrné Gaussovské funkce

$$I = \int_{\heartsuit} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} dx dy$$

na oblasti ohraničené parametricky zadanou křivkou (obrázek):

$$\begin{aligned} \heartsuit : x &= \sin^3 \phi, \\ y &= \frac{1}{16} (13 \cos \phi - 5 \cos 2\phi - 2 \cos 3\phi - \cos 4\phi), \\ \phi &\in (0; 2\pi). \end{aligned}$$

