

# Physique

*Résumés de cours, preuves et méthodes*

---

MPSI — Collège Stanislas

**Elias Kirkwood**

Année 2025 - 2026

# Table des matières

## Partie I : Mécanique

---

1. Cinématique .....	5
2. Dynamique du point matériel .....	7
2.1 Construction de l'énergie mécanique .....	7

## Partie II : Ondes

---

1. Fonctions d'ondes .....	9
2. Ondes progressives .....	10
3. Interférences .....	11

## Partie III : Thermodynamique

---

1. Introduction .....	13
1.1 Etats de la matière .....	13
1.2 Systèmes et variables d'état .....	13
1.3 Grandeurs extensives et intensives .....	13
2. Gaz parfaits .....	14
2.1 Description et conformité du modèle .....	14
2.2 Point de vue cinétique de la pression .....	14
2.3 Energie interne des gaz .....	15
2.4 Statistique de Maxwell-Boltzmann .....	16
3. Premier principe .....	17
3.1 Travail .....	17
3.2 Transfert thermique .....	18
3.3 Capacités thermiques .....	18
3.4 Transformations isothermes et loi de Laplace .....	18
3.5 Compressibilité .....	19
4. Deuxième principe .....	20
4.1 Température et identités .....	20
4.2 Variations d'entropie .....	21
4.3 Inégalité de Clausius .....	21
5. Machines thermiques .....	22

## Partie IV : Annexes

---

1. Vecteurs ..... 24

PARTIE I

---

**Mécanique**

---

# Cinématique

## CHAPITRE 1.

### Définition

La dérivée d'une grandeur vectorielle  $\vec{U}$  dépend du référentiel  $\mathcal{R}$  dans lequel elle est exprimée. On note :

$$\left. \frac{d\vec{U}}{d\xi} \right|_{\mathcal{R}} = \lim_{\Delta\xi \rightarrow 0} \frac{\vec{U}(\xi + \Delta\xi) - \vec{U}(\xi)}{\Delta\xi}$$

### Propriété

La dérivée d'un vecteur de norme constante est orthogonale à ce vecteur ou nulle. C'est le cas des vecteurs unitaires.

*Preuve.*

On suppose  $\vec{U}$  de norme constante. Alors

$$0 = \frac{dU^2}{d\xi} = \frac{d}{d\xi}(\vec{U} \cdot \vec{U}) = 2 \left( \vec{U} \cdot \frac{d\vec{U}}{d\xi} \right)$$

D'où  $\vec{U} \perp \frac{d\vec{U}}{d\xi}$

□

### Remarque

Le vecteur vitesse est la somme des vecteurs vitesses si l'on fait varier une seule coordonnée dans une base donnée.

Seul un mouvement à la fois rectiligne et uniforme est non accéléré.

Un mouvement uniforme (vitesse constante), mais non rectiligne est accéléré, car la direction du vecteur vitesse est variable, donc l'accélération n'est pas nulle.

## Vecteurs cinématiques dans les repères usuels

### Repère cartésien

$$\vec{l} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$$

### Repère cylindrique

$$\vec{l} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{d(\rho^2\dot{\varphi})}{dt} \vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$$

### Cas particulier du mouvement plan

$$\vec{l} = r\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e}_\theta$$

### Cas particulier du mouvement circulaire uniforme

$$\vec{l} = R\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r$$

### Repère sphérique

$$\vec{l} = r\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\sin(\theta)\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

L'accélération n'est pas au programme

Formulaire 1. – Vecteurs cinématiques dans les repères usuels

# Dynamique du point matériel

## CHAPITRE 2.

### Théorème Première loi de Newton

Il existe au moins un référentiel  $\mathcal{R}_0$  dans lequel la quantité de mouvement de tout corps isolé se **conserve** au cours du temps.

C'est le principe d'inertie.

### Définition

Tout référentiel  $\mathcal{R}$  en translation rectiligne uniforme par rapport à  $\mathcal{R}_0$  est dit **galiléen**.

Toute la suite est supposée dans un référentiel galiléen.

### Théorème Deuxième loi de Newton

On note  $\vec{R}$  la somme des forces extérieures appliquées à un point matériel de masse  $m$ . Alors :

$$\vec{R} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a}$$

## 2.1 Construction de l'énergie mécanique

## PARTIE II

---

# Ondes

---

# Fonctions d'ondes

## CHAPITRE 1.

### Théorème : Série de Fourier

Tout signal périodique  $s$  peut être représenté par une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de la fréquence fondamentale du signal  $f$ .

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n2\pi f t + \varphi_n)$$

### Définition

On appelle *fonction d'onde* au sens de d'Alembert une fonction de deux variables  $s(x, t)$  vérifiant l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

Si une onde vérifie cette équation aux dérivées partielles, alors le milieu qu'elle traverse est dit *linéaire* et *non dispersif*.

### Théorème

Toute solution de l'équation de d'Alembert peut être exprimée comme :

- une fonction de la position, pour une onde se propageant dans le sens...
  - ▶ positif de l'axe  $x$ :  $s(x, t) = f(x - ct)$
  - ▶ négatif :  $s(x, t) = f(x + ct)$
- une fonction du temps, pour une onde se propageant dans le sens...
  - ▶ positif de l'axe  $x$ :  $s(x, t) = g(t - \frac{x}{c})$
  - ▶ négatif :  $s(x, t) = g(t + \frac{x}{c})$

### Propriété : Décalages

Décalage **temporel**

$$s(x_1, t) = s\left(x_2, t + \frac{x_2 - x_1}{c}\right)$$

Décalage **spatial**

$$s(x, t_1) = s(x + c(t_2 - t_1), t_2)$$

# Ondes progressives

## CHAPITRE 2.

### Définition : OPPH

On appelle onde *progressive plane harmonique* une onde dont la fonction est de la forme :

$$s(x, t) = S \cos(\varphi_p(x, t)) \text{ avec } \varphi_p(x, t) = \omega t \pm kx + \varphi_0$$

Où :

- $\varphi_p$  : phase de l'onde  $\rightarrow$  rad
- $S$  : amplitude  $\rightarrow$  [s]
- $\omega$  : pulsation (temporelle)  $\rightarrow$  rad T<sup>-1</sup>
- $k$  : pulsation spatiale  $\rightarrow$  L<sup>-1</sup>
- $\varphi_0$  : phase à l'origine  $\rightarrow$  rad

### Propriétés ondulatoires

Période temporelle

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Période spatiale

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

Fréquence spatiale

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi}$$

Formules pour la phase dans la fonction d'onde

$$\begin{aligned} \varphi_p(x, t) &= \omega t \pm kx + \varphi_0 \\ &= \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \varphi_0 \\ &= -k(x - ct) + \varphi_0 \\ \varphi_p(x, t) &= 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \end{aligned}$$

Formulaire 2. – Propriétés ondulatoires

# Interférences

## CHAPITRE 3.

On considère deux ondes progressives sinusoïdales synchrones *i.e.* de même pulsation  $\omega$ .

Soit  $M$  un point de l'espace où les ondes se superposent. On a :

$$s_1(M, t) = S_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \qquad s_2(M, t) = S_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

On note  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . On pose  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$  et on note  $S$  l'amplitude de l'onde résultante.

### Théorème : Intensité résultante

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi) \quad \text{et} \quad I = 2I_0(1 + \cos(\varphi)) \quad \text{si} \quad I_1 = I_2 = I_0$$

*Preuve.*

On introduit les grandeurs complexes associées à  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s$  :

$$\underline{s}_1 = S_1 e^{j(\omega t + \varphi_1(M))} \qquad \underline{s}_2 = S_2 e^{j(\omega t + \varphi_2(M))} \qquad \underline{s} = \underline{S} e^{j\omega t}$$

On a alors :  $\underline{S} = S_1 e^{j\varphi_1} + S_2 e^{j\varphi_2} = e^{j\varphi_1} (S_1 + S_2 e^{j\varphi})$

En prenant le module :  $S = |\underline{S}| = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos(\varphi)}$

D'où le résultat avec  $I = S^2$ . □

### Propriété

- Si  $\varphi$  est un multiple de  $2\pi$ , l'interférence est constructive et  $S = S_1 + S_2$
- Si  $\varphi$  est un nombre impair de  $\pi$ , l'interférence est destructive et  $S = |S_1 - S_2|$

### Définition

On note  $p(M) = \frac{\varphi(M)}{2\pi}$  l'**ordre d'interférence** au point  $M$ .

Dans le cas des fentes d'Young, on a  $i = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$  pour l'interfrange, où  $\theta$  est l'angle de déviation.

PARTIE III

---

**Thermodynamique**

---

# Introduction

## CHAPITRE 1.

### 1.1 Etats de la matière

Parmi les verres, les ges, les cristaux liquides, on trouve surtout : l'état **solide** (atomes limités à des vibrations de max.  $1 \times 10^{-11}$  m), et l'état **fluide** (molécules sont en désordre, liberté de mouvement totale)

Pour les corps purs, on peut définir des sous-types de fluides : les liquides (concentration  $> 10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ) et les gaz.

### 1.2 Systèmes et variables d'état

On appelle *extérieure* tout ce qui ne fait pas partie d'un système donné.

#### Définition : Système...

**Fermé** : ensemble d'entités microscopiques (défini à l'instant initial) qui n'échange pas de matière avec l'extérieur au cours du temps.

**Isolé** : fermé, qui n'échange pas d'énergie avec l'extérieur.

**Ouvert** : volume d'étude, de délimitation imaginaire, duquel des échanges avec l'extérieur peuvent avoir lieu.

### 1.3 Grandeurs extensives et intensives

#### Définition

Soit  $\Sigma$  un système et  $G$  une grandeur sur  $\Sigma$ ,  $G_1$  et  $G_2$  les analogues sur des sous-systèmes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ . On dit que  $G$  est :

- **extensive** : si  $G = G_1 + G_2$  (*ex.* volume d'un fluide, longueur d'un fil)
- **intensive** : si  $G = G_1 = G_2$  (*ex.* température, pression)

#### Propriété

$$[\text{extensive}] \times [\text{intensive}] = [\text{extensive}]$$

Si  $A$  est extensive, les grandeurs  $a = \frac{A}{m}$  et  $A_m = \frac{A}{n}$  sont intensives

# Gaz parfaits

## CHAPITRE 2.

### 2.1 Description et conformité du modèle

Les courbes isothermes sur le diagramme d'Amagat sont des lignes (*considérées*) horizontales pour des pressions inférieures à 10 bar.

De plus, à température et quantités de matière fixées  $T$  et  $n$ , pour tous les gaz, on a la **loi de Mariotte** :

$$PV \xrightarrow{P \rightarrow 0} R \times nT \text{ avec } R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

#### Définition : Gaz parfait

Gaz théorique qui à toutes pressions et températures respecte la loi de Mariotte, *i.e.* qui suppose aucune interaction entre les molécules qui le composent.

Pour un gaz réel, l'approximation est d'autant meilleure que  $\frac{P}{T}$  est petit.

On appelle **atomicité** d'un gaz le nombre d'atomes par molécule.

On définit le volume molaire, le volume massique, la masse volumique, la densité :

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P} \quad v = \frac{V_m}{M} = \frac{RT}{MP} \quad \mu = \frac{1}{v} = \frac{MP}{RT} \quad d = \frac{\mu_{\text{gaz}}}{\mu_{\text{air}}} = \frac{M}{M_{\text{air}}}$$

### 2.2 Point de vue cinétique de la pression

Soit un gaz parfait contenu par une paroi et  $\vec{u}_x$  un vecteur normal (et orienté vers) à la paroi. On ne considère que les molécules dont le vecteur vitesse est colinéaire et de même sens à  $\vec{u}_x$ .

#### Hypothèses simplificatrices :

- Le gaz est macroscopiquement au repos et uniforme
- La distribution des vecteurs est **isotrope** *i.e.* chaque couple (direction, sens) a une fréquence d'1/6.
- Les vecteurs vitesses sont de même norme  $v$
- Le gaz est en équilibre thermique avec la paroi : les molécules repartent dès qu'elles arrivent.

Les molécules qui arrivent sur une surface  $\delta S$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$  étaient contenues à l'instant  $t$  dans un cylindre de base  $\delta S$  et de hauteur  $v dt$ . Donc :

$$\delta N = \frac{v dt \delta S}{V} \cdot \frac{N}{6}$$

Chacune arrive avec une quantité de mouvement  $mv\vec{u}_x$  et repart avec  $-mv\vec{u}_x$ . Il y a eu transfert de  $+2mv\vec{u}_x$  à la paroi, *i.e.* au total :

$$\delta \vec{p} = 2mv\vec{u}_x \cdot \delta N = \frac{1}{3}m \frac{N}{V} v^2 \delta S dt \vec{u}_x \quad \text{d'où la force} \quad \delta \vec{F} = \frac{\delta \vec{p}}{dt} = \frac{Nm v^2}{3V} \cdot \delta S \vec{u}_x$$

On pose l'**énergie cinétique de translation**  $\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2$  et on identifie avec la définition de la pression  $\delta \vec{F} = P \cdot \delta S \vec{u}_x$  :

$$P = \frac{Nm v^2}{3V} \quad \text{d'où} \quad PV = \frac{2}{3}N\varepsilon$$

En considérant la moyenne statistique  $\bar{\varepsilon}$  pour palier aux inégalités de masse *etc.*, et en introduisant la **constante de Boltzmann**  $k_B = \frac{R}{N_A}$ , on a :

$$nRT = PV = \frac{2}{3}N\bar{\varepsilon} \quad \text{d'où} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}k_B T$$

Si on note  $v^* = \sqrt{\bar{v^2}}$  la **vitesse quadratique moyenne**, on a :

$$\frac{1}{2}m(v^*)^2 = \frac{1}{2}m\bar{v^2} = \bar{\varepsilon} \quad \text{d'où} \quad v^* = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

On remarque qu'elle ne dépend pas de la pression, seulement de la température.

### 2.3 Energie interne des gaz

On appelle **énergie cinétique d'agitation thermique** la somme des énergies cinétiques de *translation* (vue ci-dessus), de *rotation* et de *vibration*. Il n'y pas d'énergie potentielle car pas d'interaction au sein d'un gaz parfait.

L'énergie totale, dite **interne** et notée  $U$ , est juste l'énergie cinétique, qui dépend uniquement d'après la **première loi de Joule** de la température.

On définit la **capacité thermique isochore** (*i.e.* à volume constant), qui est extensive, et ses dérivées molaires et massiques, intensives :

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad C_{Vm} = \frac{C_V}{n} = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \quad c_v = \frac{C_V}{m} = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT}$$

A température donnée, l'énergie interne est d'autant plus grande que l'atomicité du gaz, car plus il y a d'atomes par molécule, plus il y a de vibrations possibles.

Pour un gaz parfait monoatomique, il n'y a que l'énergie cinétique de translation :

$$U = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = N\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

Si le gaz est biatomique, avec  $300 \text{ K} \leq T \leq 600 \text{ K}$ , on a environ :  $U \approx \frac{5}{2} n R T$ .

## 2.4 Statistique de Maxwell-Boltzmann

En supposant l'homogénéité, l'isotropie et l'équilibre thermodynamique du gaz, on obtient un **nuage de points** à symétrie sphérique (dans un repère des vitesses).

On pose  $N_0$  le nombre de molécules dans l'échantillon et  $N(u)$  le nombre de molécules ayant une vitesse de norme inférieure à  $u$ , *i.e.* le total du nombre de point dans la sous-sphère de rayon  $u$ .

La densité statistique est la dérivée de  $N$  par rapport à  $u$  et est de la forme :

$$N'(u) = A u^2 e^{-\frac{m u^2}{2k_B T}} \quad \text{avec } A \text{ tel que } \int_0^\infty N'(u) = N_0$$

Le coefficient  $e^{-\frac{m u^2}{2k_B T}}$  est appelé **facteur de Boltzmann**.

Cette définition pour  $A$  permet d'obtenir des courbes de distribution normale. La vitesse où  $N'(u)$  est maximale est la vitesse la plus probable, et elle est du même ordre de grandeur que la vitesse quadratique moyenne  $v^*$ .

# Premier principe

## CHAPITRE 3.

### Théorème : Premier principe

A tout système physique est associée une grandeur appelée énergie **interne** :

1. L'énergie interne est **extensive**
2. Elle est une **fonction d'état**
3. L'énergie totale d'un système est la somme de son énergie macroscopique et de son énergie interne. C'est une grandeur **conservative**.

Le bilan d'énergie s'écrit :  $dE + dU = \delta W + \delta Q$ .

On appelle **enthalpie** la grandeur  $H = U + PV$ .

### 3.1 Travail

On considère une partie de frontière mésoscopique autour d'un point  $M$ , de surface  $\delta S$  et de normale  $\vec{n}$  (sortant du fluide). Elle exerce sur les molécules du fluide une force  $\delta \vec{F}_{\text{ext}} = -P(M)\delta S \vec{n}$ .

Si la surface se déplace, la force travaille ( $\delta W = \delta \vec{F}_{\text{ext}} \cdot d\vec{OM}$ ) et vaut le volume balayé  $\delta V_B$  multiplié par la pression :  $\delta W = \pm P(M)\delta V_B$ .

Si la pression est uniforme sur la surface, on a en intégrant :  $\delta W = -P_F dV$ .

On suppose la **pression uniforme dans le fluide**. Alors :  $W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$

Le travail est égal à :

- l'aire sous la courbe de Clapeyron pour une compression
- son opposé pour une détente

Dans le cas d'un cycle, le travail est égal :

- l'aire du cycle pour une compression (*i.e.* sens trigonométrique)
- son opposé pour une détente (*i.e.* sens horaire)

Pour une transformation :

- isochore :  $W = 0$
- isobare :  $W = -P\Delta V$

## 3.2 Transfert thermique

La puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{th}}$  est (positivement) proportionnelle à  $\Delta T$ .

Une frontière est **diatherme** si elle est infiniment conductrice de chaleur.

Une transformation :

- isotherme : lente, en contact avec un thermostat,  $Q \neq 0$
- adiabatique : rapide, sans contact avec un thermostat,  $Q = 0$ ,  $\Delta T \neq 0$

Pour une transformation :

- isochore :  $W = 0$ , donc  $Q = \Delta U$ .
- isobare :  $Q = \Delta U - W = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1) = \Delta H$

## 3.3 Capacités thermiques

Pour un fluide quelconque, on a :

$$dU = \underbrace{\frac{\partial U}{\partial T}}_{C_V} \Big|_V dT + \frac{\partial U}{\partial V} \Big|_T dV \qquad dH = \underbrace{\frac{\partial H}{\partial T}}_{C_P} \Big|_P dT + \frac{\partial H}{\partial P} \Big|_T dP$$

En supposant que :

- $U$  ne dépend pas du volume, on a la **capacité thermique isochore**.
- $H$  ne dépend pas de la pression, on a la **capacité thermique isobare**.

Pour un gaz parfait, on pose  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  et on a  $H = U + nRT$ .

Donc  $\frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + nR$ , d'où la **relation de Mayer** :

$$C_{P_m} - C_{V_m} = R \qquad C_{V_m} = \frac{R}{\gamma - 1} \qquad C_{P_m} = \frac{R\gamma}{\gamma - 1}$$

Le rapport  $\gamma$  vaut :

- 5/3 pour un gaz parfait monoatomique,
- 7/5 pour un gaz parfait diatomique
- 9/7 pour un gaz parfait triatomique

Pour une **phase condensée** (*i.e.* liquide ou solide),  $PV \ll U$  donc :

$$dU = C_V dT \approx dH = C_P dT \quad \text{donc} \quad C_P \approx C_V$$

## 3.4 Transformations isothermes et loi de Laplace

### 3.4.1 Isothermes

Un transformation isotherme est toujours lente, donc quasi-statique. On a :

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P \, dV = - \int_{V_1}^{V_2} nRT \frac{dV}{V} = -nRT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = -P_1 V_1 \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

De plus  $\Delta T = 0$  donc  $\Delta U = 0$ . D'où  $Q_{12} = -W_{12}$

### 3.4.2 Adiabatiques quasi-statiques (AQS)

D'après le premier principe :  $dU = \delta W + 0 = -P \, dV = -nRT \frac{dV}{V}$ .

Or le gaz étant parfait, on a  $dU = C_V \, dT = \frac{nR}{\gamma-1} \, dT$ .

En simplifiant, il vient :  $(\gamma - 1) \frac{dV}{V} + \frac{dT}{T} = 0$ , soit en intégrant :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

La loi de Laplace s'écrit aussi :

$$PV^\gamma = \text{cste} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{cste} \qquad TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cste}$$

Par définition,  $Q_{12} = 0$ , et :

$$W_{12} = C_V(T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma-1}(T_2 - T_1) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1}$$

## 3.5 Compressibilité

# Deuxième principe

## CHAPITRE 4.

On note  $\Omega$  le nombre de micro-états accessibles par un système de macro-état donné de  $N$  constituants dans un volume  $V$ . Alors  $\Omega \propto U^{\frac{3}{2}N} V^N$ .

On définit l'entropie :

$$S = k_B \ln(\Omega) = k_B \ln(U^{\frac{3}{2}N} V^N \cdot \text{cste}) = k_B N \left( \frac{3}{2} \ln(U) + \ln(V) \right) + \text{cste}$$

Donc l'entropie dépend de l'énergie interne et du volume, c'est donc une fonction d'état. De plus  $S \propto N$  donc c'est une grandeur extensive.

### Théorème : Deuxième principe

A tout système physique est associée une grandeur appelée **entropie** :

1. L'entropie est **extensive**
2. Elle est une **fonction d'état**
3. L'entropie d'un système isolé thermiquement croît avec le temps. C'est une grandeur **non conservative**.

Une transformation est **réversible** ssi on peut revenir à l'état initial en suivant le même chemin (*i.e.* en passant par les mêmes états intermédiaires).

$$\text{Réversible} \begin{matrix} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ \not\leftarrow \hspace{1cm} \end{matrix} \text{Quasi-statique}$$

Une transformation est **isentropique** ssi elle est AQS.

### 4.1 Température et identités

On définit la température par  $\frac{1}{T} = \left. \frac{\partial S}{\partial U} \right|_V$  soit encore  $\frac{1}{k_B T} = \left. \frac{\partial \ln \Omega}{\partial U} \right|_V$ .

Ainsi  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J détermine l'échelle de température :

$$(k_B \leftarrow 2k_B) \implies \left( T \leftarrow \frac{1}{2}T \right)$$

L'entropie est une fonction d'état donc on peut écrire :

$$dS = \left. \frac{\partial S}{\partial U} \right|_V dU + \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U dV = \frac{dU}{T} + \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U dV$$

Puisqu'elle ne dépend que de l'état choisi, on peut utiliser le cas particulier d'une transformation AQS pour déterminer le second terme.

Alors  $dS = 0$  et  $dU = \delta W = -P dV$  d'où  $\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T}$ .

On obtient finalement les **relations de Gibbs** :

$$dU = T dS - P dV \qquad dH = T dS + V dP$$

Pour une transformation **quasi-statique**, on peut identifier :  $dS = \frac{\delta Q}{T}$

## 4.2 Variations d'entropie

### 4.2.1 Gaz parfait

En intégrant les relations de Gibbs :

$$\Delta S = C_V \ln \left( \frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}} \right) = C_P \ln \left( \frac{T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \right) = C_V \ln \left( \frac{P_2 V_2^\gamma}{P_1 V_1^\gamma} \right)$$

Dans le cas d'une transformation AQS,  $\Delta S = 0$ , et on retrouve les lois de Laplace. Sinon, puisque  $\Delta S > 0$ , on a  $PV^\gamma$  qui augmente.

### 4.2.2 Monophasé quelconque

$$\begin{array}{ll} \text{Isochore} & \text{Isobare} \\ \Delta S = C_V \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) & \Delta S = C_P \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \end{array}$$

### 4.2.3 Phase condensée

On a  $C_p \sim C_v = C$  et  $dV \ll 1$ , donc  $T dS = dU \sim C dT$ . D'où :  $\Delta S = C \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$

### 4.2.4 Thermostats

On a  $\Delta S = -\frac{Q}{T_{\text{therm}}}$

Pour que l'échange soit réversible, les températures des deux systèmes doivent être égales à tout instant. La réversibilité est d'autant meilleure que le nombre d'équilibres intermédiaires est grande.

## 4.3 Inégalité de Clausius

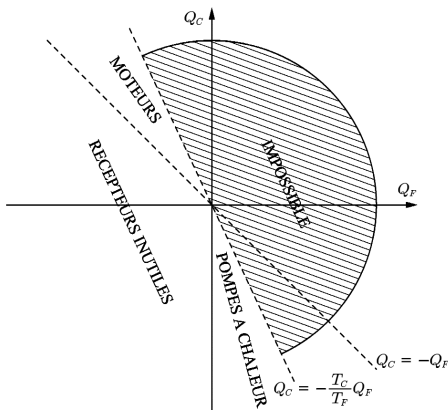
$$\begin{array}{ll} \text{Monotherme} & \text{Polytherme} \\ dS = \frac{\delta Q}{T_{\text{ext}}} + \underbrace{\delta S_C}_{\geq 0} & dS = \sum_i \frac{\delta Q_i}{T_{\text{ext},i}} + \underbrace{\delta S_C}_{\geq 0} \end{array}$$

# Machines thermiques

## CHAPITRE 5.

On considère une machine monotherme qui échange un transfert thermiques  $Q$  unique et du travail  $W$ . D'après l'inégalité de Clausius, on a  $Q \leq 0$  et  $W \geq 0$ . La machine est donc réceptrice.

**Il n'existe pas de moteur cyclique monotherme.**



Pour une machine **ditherme**, l'inégalité de Clausius s'écrit :  $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$

Les cycles idéalisés de Carnot sont réversibles et forment un rectangle dans le diagramme entropique. La puissance est cependant faible car le cycle doit être lent pour assurer l'isothermicité.

Le **théorème de Carnot** limite le rendement d'une machine thermique ditherme.

On appelle **moteur** une machine qui prend de l'énergie dans une source chaude et la transforme en travail, en rejetant le reste dans une source froide.

Il est caractérisé par :  $Q_C > 0$ ,  $-Q_F > 0$ ,  $-W > 0$ .

Le rendement d'un moteur est donné par :

$$r = -\frac{W}{Q_C} \leq \frac{T_C - T_F}{T_C}$$

On appelle **pompe à chaleur** une machine qui prend de l'énergie dans une source froide et pour la transférer dans une source chaude, en utilisant du travail.

Elle est caractérisée par :  $-Q_C > 0$ ,  $Q_F > 0$ ,  $W > 0$ .

On considère les **efficacités** :

Réfrigérateur

$$e = \frac{Q_F}{W} \leq \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

Pompe à chaleur

$$e' = -\frac{Q_C}{W} \leq \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

PARTIE IV

---

**Annexes**

---

# Vecteurs

## CHAPITRE 1.

### Opérations vectorielles

#### Produit scalaire

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3$$

#### Produit vectoriel

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 B_3 - A_3 B_2 \\ A_3 B_1 - A_1 B_3 \\ A_1 B_2 - A_2 B_1 \end{pmatrix}$$

#### Produit mixte

$$(\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C} = (\vec{B} \wedge \vec{C}) \cdot \vec{A} = (\vec{C} \wedge \vec{A}) \cdot \vec{B}$$

#### Formule de Gibbs

$$(\vec{A} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{A}$$

#### Décomposition orthogonale

$$\vec{A}_{\parallel} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{B}\|^2} \vec{B} \quad \vec{A}_{\perp} = \vec{A} - \vec{A}_{\parallel}$$

Formulaire 3. – Opérations vectorielles