第5章 基本解和解的积分表达式.

1. 理解并掌握基本解在不同类型下的定义；

   基本解与一般解的关系；

   基本解的求法（Cauchy问题下，适用Fourier变换条件）

2. 理解Green函数的定义．物理意义．并掌握镜像法．

主要重点：① 二维Laplace方程基本解：$\Delta_2 u=\delta(x,y) \Rightarrow u=\frac{1}{2\pi}\ln r$

三维Laplace方程基本解：$\Delta_3 u=\delta(x,y,z) \Rightarrow u=-\frac{1}{4\pi r}$

[注意这里放在坐标原点处的电荷为 $-\varepsilon_0$.]

② 由镜像法知：

上半平面内Green函数为：$G(M,M_0)=\frac{1}{2\pi}\left[\ln\frac{1}{r(M,M_0)}-\ln\frac{1}{r(M,M_1)}\right]$

上半空间内Green函数为：$G(M,M_0)=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r(M,M_0)}-\frac{1}{r(M,M_1)}\right)$

球形域的Green函数为：$G(M,M_0)=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r(M,M_0)}-\frac{R}{\rho_0}\frac{1}{r(M,M_1)}\right)$

圆形域的Green函数为：……

M_1为M_0的对称点.

③. Poison公式：二维 $\begin{cases}\Delta_2 u(M)=-f(M)\\ u|_l=\phi(M)\end{cases}$ 的解可以由Green函数表示为：

$$u(M_0)=-\int_l \phi(M)\frac{\partial G}{\partial n}\,dl+\iint_D G\cdot f(M)\,dA$$

三维 $\begin{cases}\Delta_3 u=-f(M)\\ u|_S=\varphi(M)\end{cases}$ 的解可以由Green函数表示为：

$$u(M_0)=-\iint_S \varphi(M)\frac{\partial G}{\partial n}\,dS+\iiint_V G\cdot f(M)\,dM$$

④ 两类Cauchy问题.

$u_t=Lu$; $u_{tt}=Lu$.

的基本解定义及解（由基本解表达）的积分表示. （书上$P_{330-340}$）