

中国科学技术大学 2018 春季学期数理逻辑期末试题（回忆版）

Edited by [Lyncien](#)

2018.06.29

1. 判断题 (3%\*8)

- (1)  $p \rightarrow q \rightarrow ((r \rightarrow \neg p) \rightarrow (r \rightarrow \neg q))$  是重言式。
- (2) "所有的自然数是整数"不能在 $L$ 中表达, 但能在 $K$ 中较好地表达。
- (3)  $\Gamma$ 的一个正规模型不一定把 $\approx$ 解释为相等。
- (4)  $f(a, x_2)$ 对 $R_1^2(b, x_1) \rightarrow \forall x_1 R_2^2(x_1, x_2)$ 中的 $x_2$ 是自由的。
- (5) 递归函数是 $K_N$ 可表示的。
- (6)  $\vdash p$ 的判定可以使用真值表方法。
- (7)  $\Gamma \models p$ , 则 $p$ 的每个模型也是 $\Gamma$ 的模型。
- (8)

2. 简答题 (5%\*3, 不超过 200 字)

- (1) 本学期你学习数理逻辑的最大收获是什么?
- (2) 直观地解释“模型”的含义?
- (3) Gödel不完全性定理证明的主要步骤?

3.  $\vdash p \rightarrow \neg\neg p$ 的直接证明和简化证明。(20%)

4.  $\vdash \forall x_1 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow \neg\exists x_2 \forall x_1 R_1^2(x_1, x_2)$ 是否正确? 证明你的结论 (15%)

5. 将公式 $(\forall x_1 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow \neg\exists x_2 R_1^1(x_2)) \rightarrow \forall x_1 \forall x_2 R_2^2(x_1, x_2)$ 化为前束合取范式。(12%)

6.  $\Gamma$ 是公式集, 其中的公式都形如 $p(a_1, a_2)$ , 直观解释为 $a_1$ 是 $a_2$ 的父母, 谓词 $A(a_1, a_2)$ 的直观解释为 $a_1$ 是 $a_2$ 的祖先, 且有

$$\Gamma \cup \{A(x_1, x_2) \leftrightarrow p(x_1, x_2)\} \vdash A(a_1, a_2)$$

试写出 $p(x_1, x_2)$ 在一阶逻辑中的形式。(14%)