

表面张力

实验报告

卜一楠 PB22071444

PHYS1008A 教室:1423 座位号:2

2023 年 5 月 30 日

目录

1 实验目的	2
2 实验原理	2
3 实验仪器	3
4 实验步骤	3
4.1 确定焦利氏秤上锥形弹簧的劲度系数	3
4.2 用金属圈测量自来水的表面张力系数	4
4.3 用金属丝测量洗洁精的表面张力系数	4
4.4 测量不同浓度的洗洁精溶液的表面张力	4
5 测量记录	4
6 分析与讨论	5
6.1 测量焦利秤上锥形弹簧的劲度系数	5
6.2 自来水的表面张力系数计算	6
6.3 洗洁精溶液的表面张力计算	7
6.4 不同浓度的洗洁精溶液表面张力系数曲线	7
7 思考题	9
8 实验讨论	9
9 致谢	9
10 附录	9

1 实验目的

1. 学会拉脱法测液体表面张力;
2. 学习焦利氏秤的使用方法;

2 实验原理

液体表面层（其厚度等于分子的作用半径）内的分子所处的环境跟液体内部的分子是不同的。表面层内的分子合力垂直于液面并指向液体内部，所以分子有从液面挤入液体内部的倾向，并使液体表面自然收缩。

想象在液面上划一条直线，表面张力就表现为直线两旁的液膜以一定的拉力相互作用。拉力 F 存在于表面层，方向恒与直线垂直，大小与直线的长度 l 成正比，即：

$$F = \sigma l \quad (1)$$

式中 σ 称为表面张力系数，它的大小与液体的成分、纯度、浓度以及温度有关。

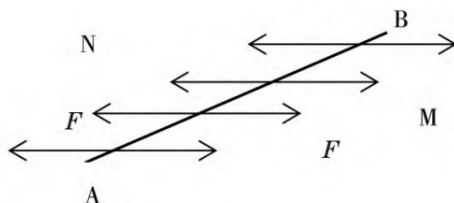


图 1: 液体表面张力示意图

金属丝框缓慢拉出水面的过程中，金属丝框下面将带起一水膜，当水膜刚被拉断时，诸力的平衡条件是：

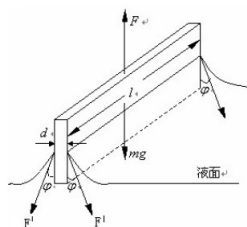


图 2: 金属框拉出水面时的表面张力示意图

$$F = mg + 2f;$$

$$f = \sigma l$$

故有：

$$\sigma = \frac{F - mg}{2l}$$

而当金属圆环拉离水面时，类似地，有：

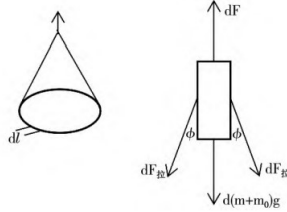


图 3: 金属圆环拉出水面时的表面张力示意图

因此可以得到：

$$\begin{aligned} F &= mg + 2f; \\ 2f &= \pi(D_{\text{内}} + D_{\text{外}})\sigma = 2\pi d\sigma; \\ \sigma &= \frac{F - mg}{2\pi d}; \end{aligned}$$

由此可以算出表面张力系数。

3 实验仪器

表 1: 实验器材精度

实验器材	精度
直尺	$\Delta_{RU} = 0.1cm$
游标卡尺	$\Delta_{KA} = 0.01cm$

焦利秤实际上是一种用于测微小力的精细弹簧秤。一般的弹簧秤都是弹簧秤上端固定，在下端加负载后向下伸长，而焦利秤与之相反，它是控制弹簧下端的位置保持一定，加负载后向上拉动弹簧确定伸长值。

为了保证弹簧下端的位置是固定的，必须三线对齐，即玻璃圆筒 E 上的刻线、小平面镜上的刻线、E 上的刻线在小平面镜中的象，三者始终重合。在力 F 作用下弹簧伸长 Δl ，根据虎克定律可知，在弹性限度内 $F = k\Delta l$ ，将已知重量的砝码加在砝码盘中，测出弹簧的伸长量，由上式即可计算该弹簧的 k 值，由 k 值就可测外力 F。

4 实验步骤

4.1 确定焦利氏秤上锥形弹簧的劲度系数

1. 把锥形弹簧，带小镜子的挂钩和小砝码盘依次安装到秤框内的金属杆上。调节支架底座的底脚螺丝，使秤框竖直，小镜子应正好位于玻璃管中间，挂钩上下运动时不致与管摩擦。

2. 逐次在砝码盘内放入砝码，每次增量 $0.5g$ 的砝码，从 $0.5g - 5g$ 范围内增加。每次操作都要调节升降钮，做到三线对齐。记录升降杆的位置读数。用最小二乘法或作图法计算出弹簧的劲度系数。

4.2 用金属圈测量自来水的表面张力系数

1. 用直尺测量金属圈的直径距离 d ;
2. 取下砝码，在砝码盘下挂上已清洗过的金属圈，仍保持三线对齐，记下此时升降杆读数 l_0 ;
3. 把盛有自来水的烧杯放在焦利氏秤台上，调节平台的微调螺丝和升降钮，使金属圈浸入水面以下;
4. 缓慢地旋转平台微调螺丝和升降钮，注意烧杯下降和金属杆上升时，始终保持三线对齐。当液膜刚要破裂时，记下金属杆的读数。测量 5 次，取平均，计算自来水的表面张力系数和不确定度。

4.3 用金属丝测量洗洁精的表面张力系数

1. 用直尺测量金属丝两脚之间的距离 s ;
2. 取下砝码，在砝码盘下挂上已清洗过的金属丝，仍保持三线对齐，记下此时升降杆读数 l_0 ；然后重复上述 4.2 中的步骤 3 和 4 步骤即可；

4.4 测量不同浓度的洗洁精溶液的表面张力

1. 配置三组不同浓度的洗洁精溶液，并记录洗洁精溶液的体积比；
2. 重复上述 4.2 中的操作，每组仅测量一个数据即可，共测量三组；

5 测量记录

质量 $m(g)$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
距离 $x(cm)$	0.95	1.40	1.85	2.26	2.68	3.12	3.54	3.96	4.43	4.87

表 2: 测量锥形弹簧的劲度系数

测量次数	1	2	3
距离 $s(cm)$	4.00	4.00	3.98
直径 $d(cm)$	3.50	3.45	3.50

表 3: 测量金属框的长度 s 和金属环的直径 d

测量液体	测量组件	初始距离 $l_0(\text{cm})$	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
自来水	金属圈	0.93	2.29	2.32	2.34	2.30	2.32
洗洁精	金属丝	1.30	1.50	1.49	1.52	1.50	1.51

表 4: 两种不同溶液表面张力的测量数据记录

测量液体	测量组件	初始距离 $l_0(\text{cm})$	破裂时的距离 $l(\text{cm})$	0.98	1.00	1.02
不同浓度的洗洁精	金属丝	0.75	浓度 (体积比)	$\frac{3}{350}$	$\frac{3}{400}$	$\frac{3}{500}$

表 5: 不同浓度的洗洁精溶液的表面张力测量

6 分析与讨论

6.1 测量焦利秤上锥形弹簧的劲度系数

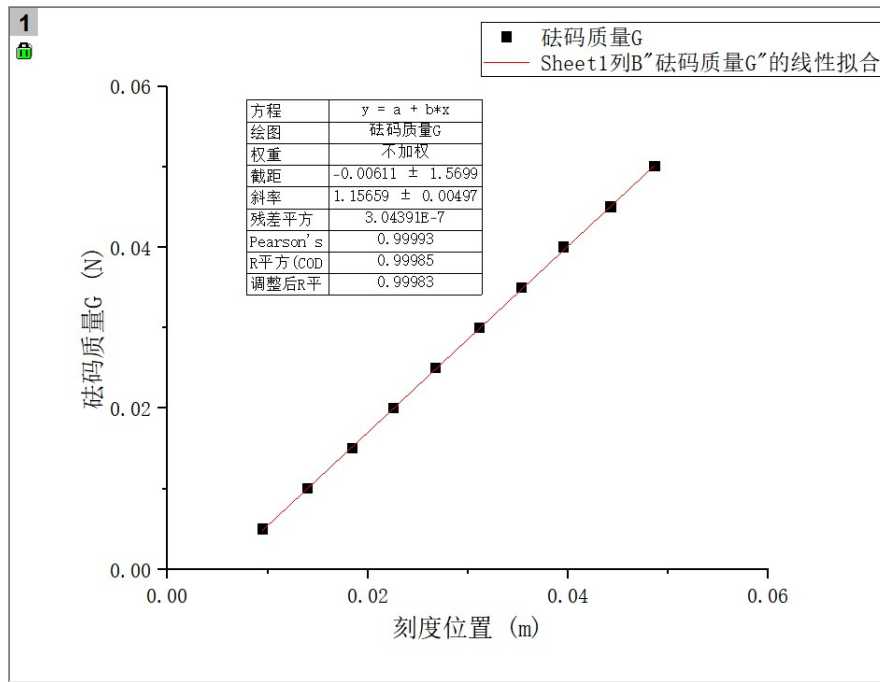


图 4: 锥形弹簧劲度系数的线性拟合图像

斜率

$$m = 1.15659 \text{ N/m}$$

截距

$$b = -0.00611 \text{ N}$$

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{Fl} - \bar{F} \cdot \bar{l}}{\sqrt{(\overline{F^2} - \bar{F}^2)(\overline{l^2} - \bar{l}^2)}} = 0.99993$$

斜率标准差

$$s_m = |m| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 0.00497 \text{ N/m}$$

截距标准差

$$s_b = s_m \cdot \sqrt{F^2} = 1.56996 \times 10^{-4} \text{ N}$$

弹簧的劲度系数为: 1.15659 N/m

6.2 自来水的表面张力系数计算

铁丝圈直径 d 的平均值为:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = \frac{3.50 + 3.45 + 3.50}{3} \text{ cm} = 3.4833 \text{ cm}$$

铁丝圈直径 d 的标准差

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(3.50 - 3.4833)^2 + (3.45 - 3.4833)^2 + (3.50 - 3.4833)^2}{3-1}} \text{ cm} \\ &= 0.028868 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_d &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(0.00)^2 + (0.00)^2 + (0.00)^2}{3-1}} \text{ cm} \\ &= 0.028868 \text{ cm} \end{aligned}$$

铁丝圈直径 d 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,d} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.005^2} \text{ cm} = 0.01118 \text{ cm}$$

铁丝圈直径 d 的展伸不确定度

$$\begin{aligned} U_{d,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,d}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(4.3 \times \frac{0.028868}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.01118}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.072038 \text{ cm}, P = 0.95 \end{aligned}$$

弹簧伸长量 l 的平均值

$$\bar{\Delta l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \frac{1.36 + 1.39 + 1.41 + 1.37 + 1.39}{5} \text{ cm} = 1.384 \text{ cm}$$

弹簧伸长量 l 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta l} &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta l_i - \overline{\Delta l})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(1.36 - 1.384)^2 + (1.39 - 1.384)^2 + (1.41 - 1.384)^2 + (1.37 - 1.384)^2 + (1.39 - 1.384)^2}{5-1}} \text{ cm} \\ &= 0.019494 \text{ cm}\end{aligned}$$

弹簧伸长量 l 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,\Delta l} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.005^2} \text{ cm} = 0.01118 \text{ cm}$$

弹簧伸长量 l 的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{\Delta l,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_{\Delta l}}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,\Delta l}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.78 \times \frac{0.019494}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.01118}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.025312 \text{ cm}, P = 0.95\end{aligned}$$

表面张力

$$\sigma = \frac{k\Delta l}{2\pi d} = 0.071635 \text{ N/m}$$

表面张力 σ 的延伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{\sigma,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial \Delta l} U_{\Delta l,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial d} U_{d,P}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{k}{2\pi d} U_{\Delta l,P}\right)^2 + \left(-\frac{k\Delta l}{2\pi d^2} U_{d,P}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.15659}{2 \times \pi \times 3.4833 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{-1.15659 \times 1.384 \times 10^{-2}}{2 \times \pi \times (3.4833 \times 10^{-2})^2} \times 1.97765 \times 10^{-3}\right)^2} \\ &= 1.97765 \times 10^{-3} \text{ N/m}, P = 0.95\end{aligned}$$

表面张力 σ 的最终结果为:

$$\sigma = (0.0716 \pm 0.0020) \text{ N/m}$$

6.3 洗洁精溶液的表面张力计算

铁丝长度 s 的平均值为:

$$\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i = \frac{4.00 + 4.00 + 3.98}{3} \text{ cm} = 3.9933 \text{ cm}$$

弹簧伸长量 Δl 的平均值:

$$\overline{\Delta l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \frac{0.20 + 0.19 + 0.22 + 0.20 + 0.21}{5} \text{ cm} = 0.204 \text{ cm}$$

表面张力 σ 为:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{k\overline{\Delta l}}{2\bar{s}} = \frac{1.15659 \times 0.204 \times 10^{-2}}{2 \times 3.9933 \times 10^{-2}} \text{ N/m} \\ &= 0.0295 \text{ N/m}\end{aligned}$$

6.4 不同浓度的洗洁精溶液表面张力系数曲线

由测量数据，洗洁精与水的体积比为 $\frac{3}{350}$ 时，有：

$$\begin{aligned}\Delta l_1 &= l_1 - l_0 = 0.98 - 0.75\text{cm} = 0.23\text{cm} \\ \sigma_1 &= \frac{k\Delta l_1}{2s} = \frac{1.15659 \times 0.23 \times 10^{-2}}{2 \times 3.9933 \times 10^{-2}} \text{N/m} \\ &= 0.0330\text{N/m}\end{aligned}$$

洗洁精与水的体积比为 $\frac{3}{400}$ 时，有：

$$\begin{aligned}\Delta l_2 &= l_2 - l_0 = 1.00 - 0.75\text{cm} = 0.25\text{cm} \\ \sigma_2 &= \frac{k\Delta l_2}{2s} = \frac{1.15659 \times 0.25 \times 10^{-2}}{2 \times 3.9933 \times 10^{-2}} \text{N/m} \\ &= 0.0362\text{N/m}\end{aligned}$$

洗洁精与水的体积比为 $\frac{3}{500}$ 时，有：

$$\begin{aligned}\Delta l_3 &= l_3 - l_0 = 1.02 - 0.75\text{cm} = 0.27\text{cm} \\ \sigma_3 &= \frac{k\Delta l_3}{2s} = \frac{1.15659 \times 0.27 \times 10^{-2}}{2 \times 3.9933 \times 10^{-2}} \text{N/m} \\ &= 0.0391\text{N/m}\end{aligned}$$

由此，可以在 origin 中画出曲线：

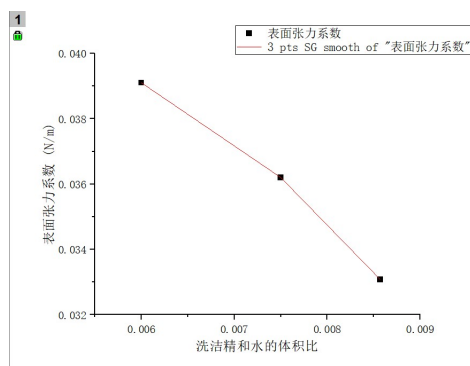


图 5: 不同浓度的洗洁精溶液表面张力系数曲线

图中加上水的表面张力数据点后，有：

由图可以看出，随着洗洁精浓度的上升，表面张力系数呈现减小的趋势。并且随着洗洁精浓度的增大，变化减小。

7 思考题

1. 焦利氏秤法测定液体的表面张力有什么优点？

(1) 精度较高：该方法可测量低至 0.1 mN/m 的表面张力值，精度较高。

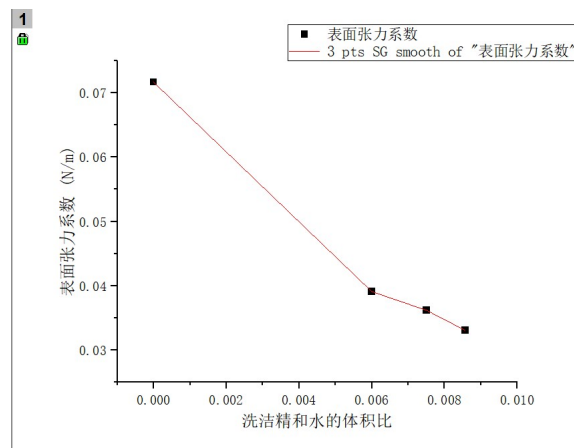


图 6: 不同浓度的洗洁精溶液表面张力系数曲线

(2) 可重复性好: 在标准条件下, 该方法测量的结果具有良好的重复性和稳定性, 可以进行定量比较和分析。

2. 焦利氏秤的弹簧为什么做成锥形?

- (1) 灵敏度高: 锥形弹簧的形状使得其能够对微小的表面张力变化做出明显的响应;
- (2) 稳定性好: 锥形弹簧的结构使得其具有较好的稳定性, 可以有效地减少由于温度变化等外界因素引起的误差;
- (3) 适用范围广: 锥形弹簧的设计使得其适用于多种类型的液体, 可以减少由于液体粘度等因素带来的影响;

3. 实验中应注意哪些地方, 才能减小误差?

- (1) 缓慢地旋转平台微调螺丝和升降钮, 并且保持三线对齐, 保证拉脱时的拉力即为读数值;
- (2) 实验前检查金属丝表面, 保证金属丝光滑均匀, 对称性良好并且表面无污渍。
- (3) 进行多次实验。每次实验保证实验条件相同, 以便得到更加准确和可靠的测量结果。
- (4) 为防止洗洁精溶液表面泡沫过多影响测量结果, 可以在搅动洗洁精溶液的时候控制动作幅度, 防止产生过多泡沫; 若泡沫依旧较多, 可以用纸巾吸去部分泡沫后再实验。

8 实验讨论

通过测量表面张力的实验, 我:

- (1) 了解的焦利氏秤的测量原理与使用方法;
- (2) 实践的使用焦利氏秤测量表面张力的实验, 并且测得了多组不同溶液的表面张力系数;
- (3) 对水的表面张力系数进行了误差分析, 并且对测量表面张力系数的实验提出了修正和改进的方法;
- (4) 提升了其他与该实验相关的能力;

9 致谢

感谢中国科学技术大学物理实验教学中心和刘应玲老师的指导！

10 附录

原始实验数据