大学物理128（A类）（1）
参 考 答 案　2020/7/1

一、简答题

1、（本题5分）

速率分布函数是指单个分子处于某个速率区间概率大小的规律。一定的速率区间，在速度空间来看，相当于速度空间中的以零速度为中心的一个对应的球壳。这样就可以联系起麦克斯韦的速度分布函数和麦克斯韦速率分布函数，从而得出麦克斯韦速率分布函数。

2、（本题6分）

右面绳子加速度为g，系统质心加速度为g，左面绳子加速度大于右面绳子加速度。

二、计算与证明题

1、（本题5分）

解：(1) 设沙袋抛到船上后，共同运动的初速度为 V，并设此运动方向为 x 轴正方向，忽略沙袋撞击船时受水的阻力，则可认为沙袋+船在沙袋落到船上前后水平方向动量守恒，因而有

$$(M+m)V = m\upsilon_0 \qquad \textbf{（1分）}$$

$$V = \frac{m\upsilon_0}{M+m} \qquad \textbf{（1分）}$$

(2) 由 $-k\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = (M+m)\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}$ **（1分）** 得 $\mathrm{d}x = -\dfrac{M+m}{k}\mathrm{d}\upsilon$

$\displaystyle\int_0^x \mathrm{d}x = -\frac{M+m}{k}\int_V^0 \mathrm{d}\upsilon = -\frac{M+m}{k}(0-V)$ **（1分）**　　$x = \dfrac{m\upsilon_0}{k}$ **（1分）** .

2、（本题10分）

解：$v_x = V \quad v_x = \dfrac{dy}{dt} = -2KxV$

故 $\vec{v} = V\vec{i} - 2KxV\vec{j}$ **（2分）**

$a_x = 0 \quad a_y = -2KV^2$

故 $\vec{a} = -2KV^2\vec{j}$ **（2分）**

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{4K^2V^3x}{\sqrt{V^2+4K^2V^2x^2}} \qquad \textbf{（2分）}$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \qquad \textbf{（2分）}$$

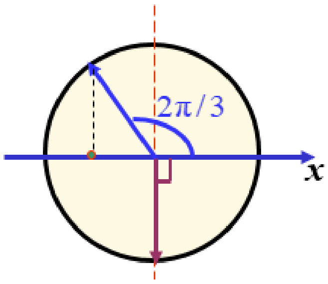
$$a_n = \sqrt{4K^2V^4 - a_t^2} = \frac{2KV^2}{\sqrt{1+4K^2x^2}} \qquad \textbf{（2分）}$$

3、**（本题 5 分）**

解：（1）$x=0.12\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})\,\mathrm{m}$　**振幅　1 分**　　**频率 1 分**　　**初相　1 分**

（2）

若考虑到振幅矢量以 ω 为其恒定角速度逆时针转动



当质点由 x=-6cm 向 x 轴负方向运动回到平衡位置的过程对应着振幅矢量转过 $5\pi/6$ 的角度，因此有

$\omega\Delta t=\frac{5\pi}{6}\ \rightarrow\ \Delta t=\frac{5}{6}\mathrm{s}$　　　　**（2 分）**

4、**（本题 6 分）**

解：（1）$2A=0.1\mathrm{m}$，　$4\frac{\lambda}{2}=4\ \mathrm{m}\Rightarrow\lambda=2$　　　　**（2 分）**

$\therefore\nu=\frac{v}{\lambda}=\frac{35}{2}\mathrm{Hz}$；　　　　**（1 分）**

（2）$\nu=\frac{v}{\lambda}=\frac{35}{2}\mathrm{Hz}\Rightarrow\omega=35\pi$

$t=0$ 时绳上各点均经过平衡位置，绳索沿 x 轴水平放置，以其左端为坐标原点，则驻波的表达式为　$y=2A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\sin(\omega t)=0.1\sin(\pi x)\sin(35\pi t)$　　**（3 分）**

5、**（本题 10 分）**

解：利用角动量定理 $\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$　**（2 分）**

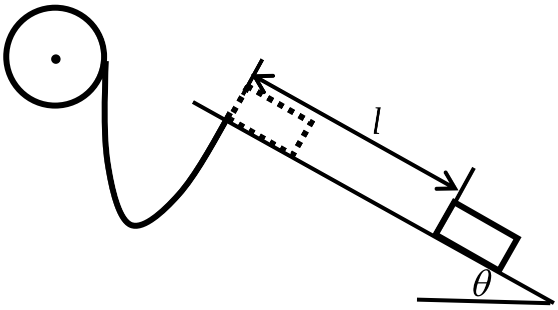
得到 $-r\lambda v\sin\theta dt=dL$　　其中 θ 为 $\vec{r}$ 与 $\vec{v}$ 之间夹角　**（2 分）**

$-\frac{\lambda rmv\sin\theta}{m}dt=dL$　　**（2 分）**

$-\frac{\lambda L}{m}dt=dL$　　　**（2 分）**

积分得：$L=L_0\exp\left(-\frac{\lambda}{m}t\right)$　　**（2 分）**

6、**（本题 15 分）**



解：$v_0=\sqrt{2gl\sin\theta}$

细绳拉紧前后瞬间系统角动量守恒

$mv_0R=mvR+J\omega_0$ **（3 分）**

其中 $v=R\omega_0$ **（1 分）**

得 $\omega_0=\dfrac{mR\sqrt{2gl\sin\theta}}{mR^2+J}$ **（1 分）**

细绳拉紧后，利用定轴转动定理与牛顿定律有

$FR=J\alpha$ **（2 分）**

$mg\sin\theta-F=ma$ **（2 分）**

$a=\alpha R$ **（2 分）**

其中 F 为绳子张力，α 为轮轴角加速度，a 为小物体加速度。

解得 $\alpha=\dfrac{mgR\sin\theta}{mR^2+J}$ **（2 分）** 利用整体法得此结果，直接给 8 分。

轮轴的角速度 $\omega=\omega_0+\alpha t=\dfrac{mR\sqrt{2gl\sin\theta}}{mR^2+J}+\dfrac{mgR\sin\theta}{mR^2+J}t$ **（2 分）**

7、**（本题 7 分）**

解：

（1）

$l+\upsilon\cdot\dfrac{\Delta t}{2}=c\cdot\dfrac{\Delta t}{2}$ **（2 分）**

$l=l_0\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}$ **（1 分）**

解得：$\upsilon=\dfrac{c^2\Delta t^2-4l_0^2}{c^2\Delta t^2+4l_0^2}c$ **（2 分）**

（2）$\Delta t'=\dfrac{l_0}{c}$ **（2 分）**

8、（本题 6 分）

解：$E-E_0=nE_0 \quad \Rightarrow \quad E=(n+1)E_0$　　　（1 分）

$\because \quad E=\gamma E_0 \Rightarrow \gamma=n+1,\ \beta=\dfrac{\sqrt{n(n+2)}}{n+1}$　　　（1 分）

$v=\beta c=\dfrac{\sqrt{n(n+2)}}{n+1}c$　　　（1 分）

(2)　由动量能量关系:

$E^2=E_0^2+p^2c^2$　　　（1 分）

$p^2c^2=E^2-E_0^2=\left[(n+1)^2-1\right]m_0^2c^4=n(n+2)m_0^2c^4$　　　（1 分）

$p=\sqrt{n(n+2)}m_0c$　　　（1 分）

9、（本题 9 分）

证明：$\bar{v}=1.60\sqrt{\dfrac{kT}{m}}$　　　$v_p=1.41\sqrt{\dfrac{kT}{m}}$

设　$v=\sqrt{\dfrac{kT}{m}}x$　　　（2 分）

$$\frac{\Delta N}{N}=\int_{v_p}^{\bar{v}} f(v)dv=\int_{1.41}^{1.60} f\left(\sqrt{\frac{kT}{m}}x\right)\sqrt{\frac{kT}{m}}dx$$　　　（4 分）

由于　$f(v)=4\pi\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2$

显然 $f\left(\sqrt{\dfrac{kT}{m}}x\right)\sqrt{\dfrac{kT}{m}}$ 是 x 的函数与温度无关，

故该百分比随气体的温度升高而保持不变。（3 分）

10、（**本题 16 分**）

解：（1）上室为等压过程，固定导热板使上下两室温度保持相同，整个系统绝热，设下室摩尔热容为 C，则有：

$$dQ_1 + dQ_2 = 0$$

即： $2\times\frac{5}{2}RdT + C\cdot dT = 0$ （**2 分**）

得： $C = -5R$ （**1 分**）

下室的多方指数：$n = \frac{C - C_P}{C - C_V} = \frac{-5R - \frac{7}{2}R}{-5R - \frac{5}{2}R} = \frac{17}{15}$ （**3 分**）

（2）外界对下方气体做的功：

$$A = -\frac{P_0V_0 - PV}{n-1} = -\frac{R\left(T_0 - T\right)}{\frac{17}{15} - 1} = \frac{15}{2}RT_0\left(\frac{T}{T_0}-1\right)$$ （**3 分**）

又 $T_0V_0^{n-1} = TV^{n-1}$， $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{17}{15}-1} = 2^{\frac{2}{15}}$ （**1 分**）

代入上式， 得：$A = 0.726RT_0$ （**2 分**）

上室气体内能的增量：

$$\Delta E_{上} = 2C_V\left(T - T_0\right)$$ （**2 分**）

$$= 2\times\frac{3}{2}RT_0\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) = 3RT_0\left(2^{\frac{2}{15}} - 1\right) = 0.29RT_0$$ （**2 分**）