

中山大学本科生期末考试

考试科目:《大学物理(工)》(A卷)

学年学期: 22-23 学年第 1 学期

姓名: _____

学院/系: 物理学院

学号: _____

考试方式: 闭卷

年级专业: _____

考试时长: 120 分钟

班别: _____

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者,不授予学士学位。”

以下为试题区域,共 26 道大题,总分 100 分,考生请在答题纸上作答

一、计算题(共五小题)

1. (10 分) 如图 1 所示, 一个斜面上面有一个物块, 斜面的质量为 M , 倾角为 θ , 物块的质量为 m , 在斜面的左边施加一个水平外力 F , 使得斜面和物块保持相对静止而且地面光滑, 斜面与物块之间无摩擦。求 F 的大小

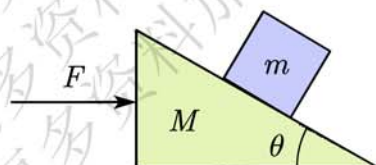


图 1 计算题一

解析 先选取物块为研究对象, 它受重力 mg 和支持力 F , 由于物块与斜面保持相对静止, 二力的合力水平向右。由牛顿第二定律可得:

$$mg \tan \theta = ma$$

解得

$$a = g \tan \theta$$

再选整体为研究对象, 由牛顿第二定律可得:

$$F = (m + M)a = (m + M)g \tan \theta$$

2. (10 分) 一根轻质弹簧不满足胡克定律, 其拉力 F 与伸长量 x 的关系为 $F = 58.4x + 38.6x^2$, 若把弹簧从 $x = 0.5\text{cm}$ 拉长到 $x = 1\text{cm}$ 时, 求弹簧弹力 N 做的功以及拉力 F 做的功

解析

$$W_F = \int_{0.5}^1 (58.4x + 38.6x^2) dx = 33.1583\text{J}$$

$$W_N = -W_F = -33.1583\text{J}$$

3. (10 分) 如图2所示, 一个质量为 M , 半径为 R 的实心竖直匀质圆盘, 绕过盘心垂直于盘面的水平轴旋转, 角速度为 ω 。此时, 一个质量为 m 的碎片从圆盘的边缘处恰好竖直向上飞出, 且对质心的偏移影响忽略不计, 忽略空气阻力

(1) (3 分) 碎片能上升多高

(2) (7 分) 求分离后圆盘的转动惯量, 角动量, 角速度, 转动动能

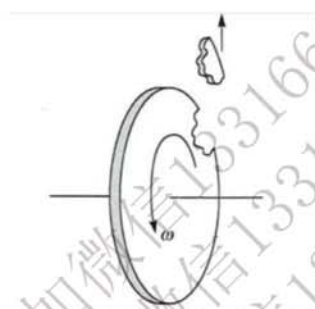


图2 计算题三

(1) 解析 碎片初速度为

$$v_0 = \omega R$$

竖直上抛

$$0^2 - v_0^2 = -2gh$$

故上升高度为

$$h = \frac{\omega^2 R^2}{2g}$$

(2) 解析 飞出前后, 系统角动量守恒

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}MR^2 - mR^2\right)\omega + mv_0R = \frac{1}{2}MR^2\omega \\ v_0 = \omega R \end{cases}$$

解得剩余部分角速度

$$\omega_2 = \omega$$

角动量、动能和转动惯量为

$$L = \left(\frac{1}{2}MR^2 - mR^2\right)\omega$$

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M R^2 - m R^2 \right) \omega^2$$

$$I = \frac{1}{2} M R^2 - m R^2$$

4. (10 分) 已知简谐波 $y = 0.04 \cos \left(0.4\pi t - 5\pi x + \frac{\pi}{2} \right)$

(1) (4 分) 计算简谐波的波长周期波速

(2) (2 分) 画出 $t = 0$ 时刻的波形曲线

(3) (4 分) 写出 $x = 0$ 处的速度函数, 求 $t = 0$ 时刻波的速度方向

(1) **解析** 此波圆频率为 $\omega = 0.4\pi \text{ rad/s}$, 波数为 $k = 5\pi \text{ rad/m}$, 所以波长为

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.4 \text{ m}$$

周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 5 \text{ s}$$

波速为

$$u = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\omega}{k} = 0.08 \text{ m/s}$$

(2) **解析**

$$y(x, 0) = 0.04 \cos \left(-5\pi x + \frac{\pi}{2} \right)$$

(3) **解析**

$$x(0, t) = 0.04 \cos \left(0.4\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$v(0, t) = -0.016\pi \sin \left(0.4\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$t = 0$ 时候波沿 x 轴正向传播

5. (10 分) 一个绝热容器被一块隔板分为体积相等的两部分, 一部分为氦气, 温度为 T_1 。另外一部分为氧气, 温度为 T_2 。刚开始两部分气体初始压强相等。

(1) (4 分) 求两气体内能之比。

(2) (4 分) 求混合后的温度。

(3) (2 分) 求混合后压强与初始压强之比。

(1) **解析** 由理想气体内能公式 $E = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT$ 及理想气体物态方程 $pV = \frac{m}{M} RT$, 可得 $E = \frac{i}{2} pV$, 故

$$E_{\text{He}} = \frac{i_{\text{He}}}{2} p_0 V_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0, \quad E_{\text{O}_2} = \frac{i_{\text{O}_2}}{2} p_0 V_0 = \frac{5}{2} p_0 V_0$$

$$\frac{E_{\text{O}_2}}{E_{\text{He}}} = \frac{5}{3}$$

(2) 解析

$$E = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT \propto \nu i T \implies \nu \propto \frac{E}{iT}$$

$$\frac{\nu_{O_2}}{\nu_{He}} = \frac{T_1}{T_2}$$

绝热容器, 气体的总能量不变, 根据能量均分定理, 当混合气体处于新平衡态时, 其总内能为

$$E = \nu_{He} \frac{i_{He}}{2} RT_1 + \nu_{O_2} \frac{i_{O_2}}{2} RT_2 = (\nu_{He} i_{He} + \nu_{O_2} i_{O_2}) \frac{RT}{2}$$

解得

$$T = \frac{8T_1 T_2}{5T_1 + 3T_2}$$

(3) 解析

$$p_2 = n_{\text{混}} kT$$

$$p_0 = n_{O_2} kT_2$$

$$p_0 = n_{He} kT_1$$

$$n_{\text{混}} : n_{O_2} : n_{He} = \frac{\nu_{O_2} + \nu_{He}}{2} : \nu_{O_2} : \nu_{He}$$

计算得

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{8(T_1 + T_2)}{2(5T_1 + 3T_2)}$$