中山大学本科生期中考试

考试科目:《概率统计 (经管类)》(A 卷)

学年学期:	23–24 学年第 2 学期	姓　名:	
学　院/系:	数学学院	学　号:	
考试方式:	闭卷	年级专业:	
考试时长:	120 分钟	班　别:	

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者,不授予学士学位.”

以下为试题区域, 共 8 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

1. 1 到 10 十个数字，不放回的取出三个，求以下事件的概率

   (1) 不取 1

   (2) 不取 1 和 2

   (3) 不取 1 或不取 2

   (4) 取出的最大数字为 8

   (5) 取出的最大数字小于为 8

2. 幸子得了白血病，她的哥哥研究了 2 个医院，其中 A 医院分别有 $a\%, b\%, c\%$ 的轻症、中症、重症患者，轻症、中症、重症患者经过治疗后分别有 $95\%, b\%, 10\%$ 的十年存活率,B 医院分别有 $80\%, 15\%, 5\%$ 的轻症、中症、重症患者，轻症、中症、重症患者经过治疗后分别有 $A\%, b\%, 5\%$ 的十年存活率。

   (1) 分别求出 A, B 两个医院的平均十年存活率。

   答案 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.605$

   (2) 已知 A 院某病人经过治疗后 10 年后仍然存活，求其是重症患者的条件概率。

   (3) 如果你是幸子哥哥，你会选择哪家医院?。

   答案 A 医院

3. 有编号为 1,2,3 的三个小球,有放回的取三次,记 X, Y, Z 分别为第一次、第二次、第三次取到的编号,设 U 为三次编号之和,V 为三次编号之积。求 $\mathbf{E}X, \mathbf{E}X^2, \mathbf{D}X, \mathbf{E}U, \mathbf{D}U, \mathbf{E}V, Cov(U, V)$

4.

X/Y	1	0	-1
1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$

已知 $U = X - Y, V = X^2 + Y^2$，求 U, V 的分布，求 (U, V) 的联合分布

5. $f(x, y) = \begin{cases} k(x^2 + y^2) & , -1 \le x \le 1, -1 \le y \le 1 \\ 0 & , othervise \end{cases}$

(1) 求 k

(2) 求 $f_X(x)$

(3) 求 x 在什么范围内，有 $f_{Y|X}(y|x)$，并求出 $f_{Y|X}(y|x)$

(4) 请问 X, Y 是否独立

6. 某测量仪器，平均误差为 0，标准差为 0.2，为使有 95% 把握使得平均误差的绝对值小于 0.1

(1) 使用切比雪夫不等式，求测量次数 n 至少为多少。

(2) 使用中心极限定理，求测量次数 n 至少为多少。(只要用正态分布的分布函数，和上分位数表示即可，不用查表)

7. 设总体 $X \sim P_0(\mu)$，x_1, x_2, x_3 是来自总体 X 的样本，设有估计量 $\hat{\mu}_1 = ax_1 + bx_2 + cx_3, \hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3, \hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4, \hat{\mu}_4 = x_1 - 2x_2 + \frac{1}{2}x_3 - x_4,$

(1) 求各个估计的均值和方差

(2) 以上几个估计那个是无偏的？最有效的是？

答案 $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ 无偏,$\hat{\mu}_3$ 最有效

8. 设总体 X 的分布律为 $f(x; p) = \mathrm{C}_m^x p^x (1 - p)^{m-x}$，$x = 0, 1, 2, \cdots, m$，其中 m 已知，而 $p(0 < p < 1)$ 为未知参数，又设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的一个样本，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为该样本的一个观察值，分别求未知参数 p 的矩估计和极大似然估计.

9. 有样本数据 11,13,9,8,9，总体满足正态分布 (μ, σ^2)，求 $\overline{X}, S^2, S$，以及 95% 置信区间 (写出对应分布类型，水平，自由度，用上分位数表示)